

Determinação da aceleração da gravidade usando um pêndulo simples

M.A.N. Araújo

Departamento de Física da Universidade de Évora

Resumo. A aceleração da gravidade foi determinada por medição do período das oscilações de pequena amplitude de um pêndulo simples. O valor obtido foi $g = 9,6 \pm 0,1 \text{ ms}^{-2}$. A principal fonte de erros foi a medição do período das oscilações.

1. Introdução

O pêndulo simples é constituído por uma partícula de massa m suspensa de um fio inextensível de comprimento L . Supõe-se que a massa do fio é desprezável. O período das oscilações de pequena amplitude é dado pela expressão[1]:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \quad (1)$$

onde g denota a aceleração da gravidade. A equação (1) foi estabelecida supondo que a partícula se encontra sujeita apenas a duas forças: a gravidade e a tensão do fio. Não tem, portanto, em conta o efeito da força de resistência do ar ao movimento da mesma. Por outro lado, a oscilação tem uma amplitude θ_0 e sabe-se que o período aumenta ligeiramente com θ_0 . A expressão (1) é válida apenas no limite $\theta_0 \rightarrow 0$ e por isso não tem em conta o efeito do valor finito da amplitude. Supõe-se que esse efeito seja desprezável nas condições em que a experiência é realizada. Uma outra aproximação envolvida na dedução de (1) é a de se considerar a partícula como pontual e não como um corpo rígido cujas dimensões se devam ter em linha de conta.

A equação (1) permite obter o valor de g depois de serem feitas medições de vários comprimentos L e dos correspondentes períodos T .

2. Material utilizado e procedimento

O pêndulo utilizado era constituído por uma esfera de chumbo cujo diâmetro $D = 3,4 \text{ cm}$ foi medido com uma craveira‡. A esfera estava suspensa de um fio cujo comprimento era regulável e podia ser medido com uma fita métrica vulgar, como se mostra na figura

‡ Não vale a pena efectuar esta medição com maior precisão porque iremos de seguida adicionar o raio da esfera ao comprimento do fio. Este será medido com precisão de milímetros.

(1). Em tais condições o comprimento L do pêndulo é dado pela soma do comprimento do fio com o raio da esfera.

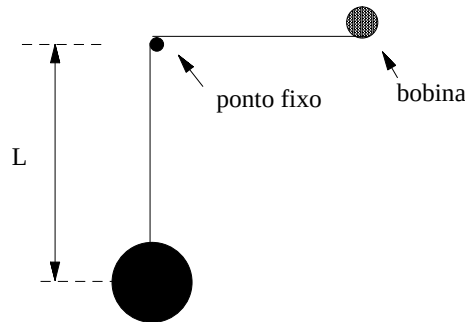


Figura 1. Aparato experimental.

Para um dado comprimento L do pêndulo, a duração de 10 oscilações foi medida com um cronómetro que permitia fazer leituras de décimas de segundo. Daqui se obteve T . Este procedimento foi repetido para vários valores do comprimento L .

3. Apresentação dos resultados e cálculos

Os resultados das medições efectuadas estão apresentados na tabela (1).

$L(\text{m})$	$T(\text{s})$	$T^2(\text{s}^2)$
0,100	0,61	0,3721
0,200	0,82	0,6724
0,300	0,96	0,9216
0,400	1,22	1,4884
0,500	1,40	1,9600
0,600	1,51	2,2801
1,000	1,99	3,9601
1,200	2,20	4,8400

Tabela 1. Resultados das medições do comprimento L e T .

Tendo em vista a obtenção de g fazemos notar que a expressão (1) pode ser escrita na forma:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g}L \quad (2)$$

que evidencia uma dependência linear de T^2 em L . Num gráfico T^2 versus L os pontos distribuir-se-iam, teoricamente, ao longo de uma recta cujo declive é $\frac{4\pi^2}{g}$ e a ordenada na origem é nula.

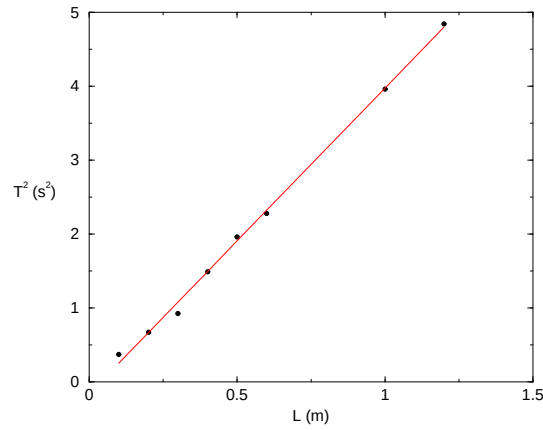


Figura 2. Representação gráfica dos pontos experimentais (T^2 versus L) e da melhor recta.

Por regressão linear determinámos a recta que melhor se ajusta aos pontos experimentais (ver figura 2), tendo obtido os seguintes valores para os parâmetros:

$$\begin{aligned} \text{declive} &= 4,132582 \text{ s}^2\text{m}^{-1} = \frac{4\pi^2}{g} \Rightarrow g = 9,55297 \text{ ms}^{-2} \\ \text{ordenada na origem} &= -0,1588631 \text{ s}^2 \\ \text{coeficiente de correlação} &= 0,9988 \end{aligned}$$

Donde se obtém $g = 9,6 \text{ ms}^{-2}$.

4. Discussão dos resultados e conclusão

Para termos uma ideia de qual a grandeza cuja medição mais afectou a precisão do resultado podemos recorrer à equação de propagação dos erros. Da equação (2) decorre que a aceleração da gravidade é uma função de T e de L :

$$g = 4\pi^2 \frac{L}{T^2}$$

donde se obtém:

$$\Delta g = \frac{8\pi^2 L}{T^3} \Delta T + \frac{4\pi^2}{T^2} \Delta L \quad (3)$$

O erro na cronometragem das 10 oscilações é de cerca de 0,1s. Portanto a incerteza no período será de $\Delta T = 0,01\text{s}$. A incerteza na medição de L advém da medição do comprimento do fio com a fita métrica e será de $\Delta L = 0,002\text{m}$. Utilizando, por exemplo, $T = 1,99\text{s}$ e $L = 1,000\text{m}$, vem:

$$\Delta g = 0,100191 + 0,019938 = 0,12013 \rightarrow 0,1\text{ms}^{-2}$$

Escrevemos o nosso resultado como

$$g = 9,6 \pm 0,1\text{ms}^{-2}.$$

O valor esperado é $g_{esp} = 9,8 \text{ms}^{-2}$ e não se encontra dentro do intervalo de incerteza. Podemos verificar também que a maior contribuição para a incerteza de g resultou da incerteza no período.

Verifica-se também que a ordenada na origem é apreciável ($-0,16 \text{ s}^2$) o que faz suspeitar ter ocorrido um erro sistemático na cronometragem das oscilações ou na medição de L . Para melhorar os resultados experimentais seria então desejável efectuar cronometragens mais rigorosas.

Uma vez que a equação (1) só é válida no limite de pequenas oscilações, houve o cuidado, no decorrer da experiência, de reduzir a sua amplitude ao mínimo. Como a velocidade do pêndulo nessas condições é reduzida, pensamos que o efeito da amplitude e da resistência do ar terão tido pouca importância.

[1] Ver, por exemplo, *Física, um curso universitário*, Alonso e Finn, Ed. Edgard Blücher Lda, p349.