# UNIVERSIDADE DE ÉVORA

**Licenciatura em Matemática e Ciências da Computação**

## Probabilidade e Estatística — 2ª Frequência/Exame

9 de Janeiro de 2006

*Nota: Os alunos que optarem pela* **2ª frequência** *deverão resolver as questões 5 a 8; os que optarem pelo* **exame** *deverão resolver as questões 1, 2, 3, 4, 5 e 8.*

1. Os acidentes ocorridos nos primeiros 5 dias da semana, num troço perigoso de uma via rápida, foram registados ao longo de várias semanas, tendo-se obtido os seguintes resultados:

| Acidentes | [0, 5.5[ | [5.5, 10.5[ | [10.5, 15.5[ | [15.5, 20.5[ |
|---|---|---|---|---|
| Semanas | 8 | 15 | 10 | 2 |

   (a) Calcule a média e a mediana para esta colecção de dados.

   (b) Diga como representaria graficamente esta colecção de dados.

   (c) Estude o grau de simetria dos dados, utilizando o grau de assimetria de Bowley.

2. Uma loja de electrodomésticos compra televisores a 3 distribuidores diferentes. Ao distribuidor A compra 1/4 dos televisores, o qual lhe garante que 80% do material não apresenta qualquer falha durante os dois primeiros anos de funcionamento. Ao distribuidor B Compra 3/8 dos televisores e este garante que 90% do material não apresenta qualquer falha durante esse mesmo período. O outro distribuidor garante-lhe que, no mesmo período, 70% do material não apresenta qualquer falha.

   (a) Se decidir comprar um televisor (escolhido ao acaso) nesta loja, qual a probabilidade do seu aparelho não apresentar qualquer falha nos dois primeiros anos de funcionamento?

   (b) Qual a origem mais provável de um televisor que, escolhido ao acaso, se verificou ter funcionado mal durante os dois primeiros anos de funcionamento?

3. Seja $X$ uma v.a. do tipo contínuo com a seguinte função de distribuição:

$$F_X(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\frac{x}{2}}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$

   (a) Determine a função densidade de probabilidade da v.a. $X$.

   (b) Mostre que $P[j < X < j+1]$, $j \in \mathbb{N}_0$, é da forma $(1-a)\,a^j$, com $a \in (0,1)$.

4. O tempo de funcionamento (em horas) de um certo equipamento é uma v.a. $X$ com distribuição exponencial de parâmetro 1/2, ou seja, é uma v.a. com a seguinte função densidade de probabilidade

$$f(x) = \frac{1}{2}\,e^{-\frac{x}{2}},\ x \geq 0.$$

**Docentes:** Dulce Gomes e Inês Sousa Dias

(a) Calcule a probabilidade de que a 1ª avaria ocorra pelo menos 1 hora depois do inicio do funcionamento do equipamento.
(b) Calcule a probabilidade de que a 1ª avaria não ocorra depois das 4 horas de funcionamento do equipamento.
(c) Prove que a probabilidade de que o equipamento dure mais de 10h sabendo que já está a funcionar há 3 horas é igual à probabilidade de que o equipamento dure pelo menos 7 horas.

5. O número de navios petroleiros que chegam, por dia, a determinada refinaria segue uma distribuição de Poisson. Sabe-se que, em média, chegam dois navios por dia.

   As actuais instalações do porto não comportam mais do que três navios por dia, pelo que os eventuais excedentes deverão seguir para outro porto.

   (a) Qual o número esperado e navios por mês?
   (b) Calcule a probabilidade de não chegar nenhum navio em 12 horas?
   (c) Determine a probabilidade de num dia haver navios que tenham de ser enviados para outro porto?
   (d) Qual deveria ser a capacidade do porto de modo a que a probabilidade de num dia haver navios que tenham de ser enviados para outro porto seja de apenas 5%?

6. Suponha agora que o porto foi deveras modernizado, o que fez com que passassem a chegar, em média, 25 navios por dia. Calcule a probabilidade de num dia chegarem mais de 30 navios?

7. Sejam $X$ e $Y$ duas v.a.'s independentes com distribuição exponencial de parâmetros $\mu_1$ e $\mu_2$, respectivamente.

   (a) Obtenha a função geradora de probabilidades da v.a. $Z = X + Y$. (Apresente os cálculos efectuados de modo a chegar ao resultado final.)
   (b) Obtenha a função densidade de probabilidade da v.a. $W = e^X$.

8. Um posto de transformação permite uma carga total de 2800kW. Sabe-se que esse posto de transformação alimenta uma fábrica com um consumo permanente de 2500kW. Além disso, alimenta 100 consumidores domésticos, gastando cada um, em média, 2kW (com desvio-padrão de 0.5kW) em electrodomésticos e, em média, 0.5kW (com desvio-padrão de 0.25kW) em iluminação, podendo estes dois tipos de consumo ser considerados independentes.

   Sendo $X_i$, $i = 1, \ldots, 100$ o consumo total de electricidade (em kW) do consumidor doméstico, tal que $X_i = Y_i + Z_i$,, em que $Y_i$ representa o consumo em electrodomésticos e $Z_i$ representa o consumo em iluminação.

   (a) Obtenha, para o total dos consumidores, a média e a variância do consumo total de electricidade.
   (b) Calcule a probabilidade do posto de transformação disparar com um excesso de carga. (Note-se que o posto de transformação dispara caso o consumo de energia seja superior a 2800kW).