

UNIVERSIDADE DE ÉVORA

Licenciatura em Matemática e Ciências da Computação

Probabilidade e Estatística I — 1^a Frequência

8 de Novembro de 2005

1. Um equipamento electrónico é formado por 2 componentes A e B. De procedimentos anteriores, sabe-se que:

$$P[A \text{ falhar}] = 0.2; \quad P[\text{Falhar apenas B}] = 0.15;$$

$$P[A \text{ e B falharem simultaneamente}] = 0.15.$$

Calcule:

- $P[\text{Falhar apenas A}].$
- $P[A \text{ falhar} | B \text{ falhou}].$

2. Uma companhia produz transistores em 3 linhas de montagem A, B e C. Cada linha de montagem produz, respectivamente, 15%, 35% e 50% da produção global.

Suponha que as probabilidades de um transistor produzido por cada uma dessas linhas de montagem ser defeituoso são, respectivamente, 0.01, 0.05 e 0.02.

- Se for escolhido ao acaso da produção global um transistor, qual é a probabilidade de ele ser defeituoso?
- Se ao seleccionarmos ao acaso um transistor, verificarmos que não tem defeitos, qual é a probabilidade de ter sido produzido na linha de montagem A?

3. Demonstre que, sendo $A \subset \Omega$ um acontecimento de probabilidade estritamente crescente, a função $P[.|A]$ verifica a definição axiomática de probabilidade, isto é, verifica as seguintes propriedades:

- 1) $P[B|A] \geq 0$ para todo o acontecimento B .
- 2) $P[\Omega|A] = 1$.
- 3) $P[(\cup_{i=1}^{\infty} B_i)|A] = \sum_{i=1}^{\infty} P[B_i|A]$, para qualquer sequência de acontecimentos B_i incompatíveis.

4. Suponha que a procura diária de uma certa peça em determinado estabelecimento é uma v.a. com a seguinte função massa de probabilidade:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{k 2^x}{x!}, & x = 1, 2, 3, 4 \\ 0, & \text{c.c.} \end{cases}$$

- (a) Determine o valor de k .
- (b) Defina a função de distribuição da v.a. X .
- (c) Calcule o valor esperado e o desvio-padrão da v.a. X .
- (d) Calcule $P[X > 1]$ e $P[2 < X \leq 4]$.

5. Seja (X, Y) um par aleatório com a seguinte função densidade de probabilidade:

$$f_{(X,Y)}(x, y) = \begin{cases} 2, & 0 < y < x < 1 \\ 0, & \text{c.c.} \end{cases}$$

- (a) Calcule as funções densidade de probabilidade das v.a.'s X e Y .
- (b) Serão X e Y v.a.'s independentes?
- (c) Calcule a função de distribuição da v.a. Y .
- (d) Calcule a função de distribuição conjunta do par (X, Y) .
- (e) Determine $E[X|Y]$.