

# UNIVERSIDADE DE ÉVORA

Licenciatura em Matemática e Ciências da Computação

## Probabilidade e Estatística I — 1ª Frequência

8 de Novembro de 2005

1. Um equipamento electrónico é formado por 2 componentes A e B. De procedimentos anteriores, sabe-se que:

$$P[A \text{ falhar}] = 0.2; \quad P[\text{Falhar apenas B}] = 0.15;$$

$$P[A \text{ e B falharem simultaneamente}] = 0.15.$$

Calcule:

- (a)  $P[\text{Falhar apenas A}]$ .
- (b)  $P[A \text{ falhar} | B \text{ falhou}]$ .

2. Uma companhia produz transistores em 3 linhas de montagem A, B e C. Cada linha de montagem produz, respectivamente, 15%, 35% e 50% da produção global.

Suponha que as probabilidades de um transistor produzido por cada uma dessas linhas de montagem ser defeituoso são, respectivamente, 0.01, 0.05 e 0.02.

- (a) Se for escolhido ao acaso da produção global um transistor, qual é a probabilidade de ele ser defeituoso?
- (b) Se ao seleccionarmos ao acaso um transistor, verificarmos que não tem defeitos, qual é a probabilidade de ter sido produzido na linha de montagem A?

3. Demonstre que, sendo  $A \subset \Omega$  um acontecimento de probabilidade estritamente crescente, a função  $P[. | A]$  verifica a definição axiomática de probabilidade, isto é, verifica as seguintes propriedades:

- 1)  $P[B | A] \geq 0$  para todo o acontecimento  $B$ .
- 2)  $P[\Omega | A] = 1$ .
- 3)  $P[(\cup_{i=1}^{\infty} B_i) | A] = \sum_{i=1}^{\infty} P[B_i | A]$ , para qualquer sequência de acontecimentos  $B_i$  incompatíveis.

4. Suponha que a procura diária de uma certa peça em determinado estabelecimento é uma v.a. com a seguinte função massa de probabilidade:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{k 2^x}{x!}, & x = 1, 2, 3, 4 \\ 0, & \text{c.c.} \end{cases}$$

- (a) Determine o valor de  $k$ .
- (b) Defina a função de distribuição da v.a.  $X$ .
- (c) Calcule o valor esperado e o desvio-padrão da v.a.  $X$ .
- (d) Calcule  $P[X > 1]$  e  $P[2 < X \leq 4]$ .

5. Seja  $(X, Y)$  um par aleatório com a seguinte função densidade de probabilidade:

$$f_{(X,Y)}(x, y) = \begin{cases} 2, & 0 < y < x < 1 \\ 0, & \text{c.c.} \end{cases}$$

- (a) Calcule as funções densidade de probabilidade das v.a.'s  $X$  e  $Y$ .
- (b) Serão  $X$  e  $Y$  v.a.'s independentes?
- (c) Calcule a função de distribuição da v.a.  $Y$ .
- (d) Calcule a função de distribuição conjunta do par  $(X, Y)$ .
- (e) Determine  $E[X|Y]$ .