

UNIVERSIDADE DE ÉVORA
IPE — Introdução à Probabilidade e Estatística
Exame — 17 de Junho de 2005

Justifique e comente todos resultados obtidos.

Docentes: Carla Serpa e Dulce Gomes

1. Um grupo de crianças prodígio e génios precoces foram classificados de acordo com o seu Talento e Estabilidade Emocional. Os resultados obtidos mostram-se na tabela seguinte:

Talento	Estabilidade Emocional	
	Estável (E)	Instável (I)
Musical (M)	11	7
Matemática (MA)	15	5
Artista (A)	3	5
Poeta (P)	2	2

Suponha que é seleccionada uma criança ao acaso.

- 1.1 Qual é a probabilidade da criança ser um génio musical instável?
1.2 Qual é a probabilidade da criança ser um génio musical sabendo que é instável?
2. Seja X uma variável aleatória que associa a cada indivíduo o tempo necessário para completar um determinado teste padrão. Constatou-se que X pode tomar valores entre 50 e 70 minutos e definiu-se a sua função densidade do seguinte modo:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{20}, & 50 \leq x \leq 70 \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

- 2.1 Verifique que f é uma função densidade.
2.2 Calcule a probabilidade de um indivíduo demorar entre 61 a 70 minutos a completar o teste.
3. Um dos testes que se usam na selecção de funcionários para a empresa mencionada no exercício anterior está aferido para a população portuguesa tendo distribuição normal de média 50 e desvio-padrão 10.
- 3.1 Calcule a probabilidade de um sujeito escolhido ao acaso ter nota no teste de acesso superior a 75 valores.
3.2 Qual a probabilidade de que em 15 indivíduos escolhidos aleatoriamente, pelo menos 14 tenham entre 65 e 70 valores no teste de acesso.
4. Um estudo realizado no universo universitário sobre preferências para as férias, foi feito em vários países da Comunidade Europeia. O objectivo do estudo era avaliar se os jovens universitários com idades compreendidas entre os 19 e os 25 anos preferiam passar férias na praia, no campo ou preferem viajar para o estrangeiro.

Alguns desses resultados do último estudo feito constam do quadro seguinte:

Tabela 1: Tempo (dias) dedicado ao Turismo Interno e Externo (avaliação feita em 2002)

Países	Amostra (n)	Tempo (dias) em Turismo Interno	Tempo (dias) em Turismo Externo
<i>Portugal</i>	81	média = 21.3 dias desvio-padrão = 4.3 dias	média = 10.2 dias desvio-padrão = 3.5 dias
<i>Espanha</i>	64	média = 8.5 dias desvio-padrão = 2.3 dias	média = 12.5 dias desvio-padrão = 3.2 dias

- 4.1 Admitindo que o desvio-padrão populacional da variável Tempo de Turismo Externo é 2.5 dias e que esta variável segue um modelo normal, teste se o tempo médio de Turismo Externo dos estudantes universitários em Portugal ultrapassa os 8 dias. Calcule a potência do teste para $\mu_1 = 11.5$.
- 4.2 Acha que em Espanha os tempos médios de férias (em dias) em Turismo Interno e em Turismo Externo podem ser considerados iguais ao nível de significância de 1%? (Considere que as variâncias populacionais são iguais). Calcule o *p-value* associado ao teste de hipóteses.
5. Um anúncio por parte da comunicação social, de um novo tratamento para uma doença hereditária suscitou algumas questões de natureza religiosa (Pessoas Crentes *versus* Pessoas não Crentes), nomeadamente na comunidade científica. A opinião sobre o referido tratamento apresenta-se resumido no quadro seguinte:

	Opinião		
	Totalmente contra	A favor em certos casos	Totalmente favorável
Crentes	25	22	8
Não Crentes	23	12	20

Acha que opinião dos cientistas depende da sua natureza religiosa?

6. Pretende estabelecer-se uma relação entre os rendimentos anuais das famílias portuguesas (em milhares de euros) (X) e a sua correspondente poupança anual (Y). Para tal, foram inquiridas aleatoriamente 9 famílias obtendo-se os seguintes resultados:

$$\sum_{i=1}^9 x_i = 144, \sum_{i=1}^9 x_i^2 = 2364, \sum_{i=1}^9 y_i = 3.6, \sum_{i=1}^9 y_i^2 = 2.08 \quad \text{e} \quad \sum_{i=1}^9 x_i y_i = 63.7.$$

Considere que o modelo de regressão linear $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \epsilon_i$, em que os erros ϵ_i são independentes e normalmente distribuídos com valor médio nulo e variância σ_ϵ^2 , constante.

- 6.1 Estime a recta de regressão linear e interprete as estimativas de β_0 e β_1 .
- 6.2 Teste a hipótese de que não existe relação linear entre os rendimentos anuais das famílias portuguesas e as suas poupanças.
- 6.3 Determine o intervalo de confiança a 99% para β_0 .
- 6.4 Calcule o coeficiente de determinação e comente-o.
- 6.5 Qual a poupança esperada das famílias portuguesas com rendimentos anuais de 20000 euros?

Caso não consiga obter as estimativas de β_0 e β_1 , considere $\beta_0 = -1.0$ e $\beta_1 = 0.1$.

Docentes: Carla Serpa e Dulce Gomes