3ª AULA 23 Out 2009 17:00-21:00

2c) Modelos estocásticos em tempo contínuo

Breve revisão das cadeias de Markov homogéneas em tempo contínuo: vector (linha) **p**(t) de probabilidades no instante t e matriz **P**(t) de probabilidades de transição num intervalo de tempo de duração t (suposta função contínua de t); equações de Chapman-Kolmogorov; matriz infinitésimal **Q**=**P**'(0) e sua interpretação e propriedades em cadeias conservativas; equações de Kolmogorov regressivas e progressivas, solução das equações de Kolmogorov **P**(t)=exp(**Q**t) (definida pela série de Taylor), equação de Kolmogorov progressiva para **p**(t), distribuição de equilíbrio $\boldsymbol{\pi}$ (quando exista) como vector próprio esquerdo (devidamente normado) associado ao valor próprio nulo de **Q**, para cadeias irredutíveis a distribuição de equilíbrio (se existir) é distribuição assintótica e **P**(t) converge para uma matriz de linhas todas iguais a $\boldsymbol{\pi}$ quando $t \to +\infty$, forma de cálculo de **P**(t)=exp(**Q**t) para cadeias finitas por decomposição espectral de **Q**, tempo de estadia com distribuição exponencial e probabilidade de transitar para os diversos estados quando termina o tempo de estadia, método de simulação de Monte Carlo de uma cadeia.

Processos de nascimento e morte:
Definição, matriz infinitésimal, tempos de estadia e probabilidades de transição no fim da estadia, processos só de nascimento ou só de morte, processos de nascimento e morte simples e analogia com o crescimento malthusiano. Forma particular das equações de Kolmogorov, obtenção da equação de Kolmogorov progressiva para **p(**t) através de um diagrama de transições. Distribuições invariantes e assintóticas e casos em que elas existem para os processos de nascimento e morte.