3. ENTRE DESCARTES E NEWTON, PASSANDO POR LEIBNIZ E NÃO ESQUECENDO OS IRMÃOS BERNOULLI, A SOBREVIVÊNCIA DE UM PRINCÍPIO DE MÍNIMO

A Física de Descartes assenta em dois conceitos fundamentais. O primeiro supõe a identidade entre extensão ou espaço e a substância material, é a correspondência entre o mundo material e as formas geométricas. Assim o espaço só é concebível em relação à matéria, não tem sentido a noção de espaço independente da matéria, como contrariamente admitirá Newton mais tarde com o seu espaço absoluto. Da identificação de extensão com a matéria, Descartes retira duas asserções fundamentais para sua concepção da natureza: a primeira, a negação da existência de vazio e, consequentemente, da existência de átomos; a segunda, a homogeneidade do espaço entre a Terra e os céus.

O segundo conceito fundamental é o de movimento dos corpos. Para Descartes, movimento corresponde à alteração de local, extirpou deste conceito a ideia aristotélica que o associava a alterações das qualidades inerentes ao corpo. O movimento cartesiano não é um processo, mas sim um estado. Para Descartes movimento e repouso são identificados enquanto estados de movimento de um corpo em relação a um ponto de referência já fixado. Contudo, ao estudar o movimento, Descartes preocupa-se com a causa, admitindo que «Deus é a causa primeira do movimento» e que «ele age de uma forma que não muda nunca». A lei fundamental do universo cartesiano é uma lei da conservação. Após a criação, as duas realidades do universo cartesiano, espaço e movimento, perdurarão eternamente. O espaço não muda e o movimento também não. Este é um dos princípios metafísicos que fundamentam toda a física cartesiana – a conservação é um dos pilares metafísicos de toda a física cartesiana. E é o princípio da conservação da quantidade de movimento que enformará os enunciados das sete regras dos *choques*[54]. Mas as regras dos choques estão relacionadas só com o movimento e o estudo do movimento constitui o sentido da Física Cartesiana… É à «força do movimento» que, na carta escrita a Fermat e tratada no capítulo anterior, Clerselier apela como a verdadeira razão de ser «não metafísica» explicadora da mudança de direcção do raio refracto:

> «(…) Porque seria por acaso possível que um raio que já está no ar, que tem já a sua direcção em linha recta e que não tem nenhuma outra tendência, logo que lhe opõem

[54] Apresentada nos seus *Principia Philosophiæ* e onde só a primeira está correcta (DUGAS, 1954).

água ou vidro, imaginasse desviar-se do modo como o faz, pela simples vontade de ir justamente procurar um ponto em que o seu movimento composto fosse o mais rápido de todos os que podem lá chegar saindo do seu lugar de partida? Esta razão seria demasiado metafísica para um tema puramente material (…) Não se deve antes acreditar, como já o disse, que como é a força do movimento e a sua determinação que conduziram o raio na primeira linha que ele descreveu, sem que o tempo tenha contribuído para isso, é a mudança que ocorre nesta força e nesta determinação que lhe faz tomar o caminho da outra que ele tem de descrever, sem que o tempo contribua para isso, visto que o tempo não produz nada?(…)»[55].

Se matéria se identifica com extensão, todo o universo está pleno de matéria. Daqui se infere que a física dos fenómenos terrestres não é separável do que se passa nos céus, seria portanto possível partir da descrição dos fenómenos astronómicos para concluir do que se passa sobre a Terra. Ou, por outras palavras, não se pode estudar o que se passa à nossa volta de uma forma separada do que se passa em todo o universo. E, se a dedução é uma operação fundamental do seu método, é da sua cosmovisão que Descartes retira as propriedades fundamentais dos fenómenos que ocorrem à escala terrestre. Daí a pretensão em elaborar um *Sistema do Mundo* que explicasse tudo.

Importa ainda aqui, e no rescaldo da polémica entre Fermat e os cartesianos, realçar o facto de Descartes, procurando encontrar um método que lhe permitisse estabelecer regras universais para resolver problemas de toda a natureza, ter apresentado como terceiro ensaio de aplicação do *Discurso do Método*, a *Geometria*: uma forma de aritmeticamente resolver os problemas das figuras. Estava aberto o caminho que permitiria tratar, pelos números, aquilo que até aí só era possível através da construção geométrica e, simultaneamente, passar a tratar como «figura» toda a imagem resultante de uma relação algébrica entre números. Das propriedades de determinadas figuras passa a ser possível geometricamente determinar linhas especiais, por exemplo, tangentes, e, agora, o novo problema que se colocava era como determinar a tangente, não à figura regular (uma cónica qualquer, as linhas regulares já estudadas pelos gregos em todas as suas propriedades), mas à representação no plano de uma relação algébrica entre duas variáveis e cujas propriedades geométricas estão longe de ser conhecidas da velha geometria grega. Foi neste método algébrico que também se evidenciou Fermat. A Óptica, o movimento em geral e aquilo que se pode denominar como tratamento analítico das propriedades geométricas constituem os três domínios que apelam, no século XVII, aos *ensaios* de todos os pensadores que se debruçaram sobre o entendimento da Natureza.

A filosofia de Descartes, depois de passar por um período de perseguições oficiais, sobretudo da parte do corpo de professores mais ligado à ortodoxia religiosa e

[55] (FERMAT, 1891 (II) :469).

consequente dogmatismo escolástico, será adoptada pelos filósofos continentais até vir a ser substituída pelo newtonianismo. Um dos nomes que fez essa ponte, entre o cartesianismo e o newtonianismo, foi Christian Huygens. Huygens, uma figura proeminente da vida académica parisiense, bastante acarinhada por Colbert (1619-1683) (primeiro ministro de Luís XIV) e um admirador das ideias de Descartes, desempenhou um papel primordial nesta transição:

> «Os seus princípios são sempre firmes e simples, a sua geometria impecável, o seu método rigoroso. Pode falar-se pela primeira vez, com Huygens, de uma ciência mecânica sólida, sem resíduo escolástico. Esta ciência, mesmo em vida de Huygens, estender-se-á à mecânica celeste através de Newton e, ultrapassado nos seus instrumentos matemáticos (…) Huygens pode ser considerado o precursor mais directo de Newton e, em mais de um aspecto, o mestre de Leibniz na mecânica»[56].

Huygens desenvolverá grande parte dos seus trabalhos de mecânica tendo presente a conservação – ideia cartesiana – de uma outra quantidade, mv^2 (o produto da massa pelo quadrado da velocidade), aquela a que Leibniz chamará depois a *vis viva*. É o que acontece quando põe em causa as regras dos choques estabelecidas por Descartes e, entre outras correcções, mostra que, no caso de o choque ser elástico, há conservação da *vis viva*. Na quarta parte do seu *Horologium Oscillatorium (Relógios de Pêndulo)*, ao estudar o problema do centro de oscilação do pêndulo composto, Huygens avança com a hipótese,

> «(HYPOTHESIS I) no caso dos corpos que iniciaram o seu movimento por acção do seu peso, o centro de gravidade de todo o conjunto não pode subir mais alto do que o lugar onde se encontrava no início»[57].

O que corresponde, num linguagem mais moderna, à conservação da energia mecânica num sistema sujeito à acção de forças conservativas. Esta é uma hipótese que Mach, na sua análise crítica da história da mecânica, apreciou bastante e sobre a qual escreve:

> «(…) Este mesmo princípio, contudo, foi o único por si enunciado que não foi adequadamente apreciado pelos seus contemporâneos, nem o foi também durante um longo período depois. Esperamos ter colocado aqui [neste livro de Mach] este princípio na sua perspectiva verdadeira como idêntica ao princípio da *vis viva* (…)»[58].

[56] (DUGAS, 1954: 315).
[57] (HUYGENS, s/d: 103).
[58] (MACH, 1974: 225).

Os trabalhos de Huygens sobre os choques foram inicialmente dados a conhecer em 1669, em 1673 foi editado o *Horologium Oscillatorium* e em 1690 é dado à estampa o seu *Traité de la Lumière (Tratado da Luz)*. Na óptica, o modelo de Huygens para a propagação da luz corresponde à transmissão por contacto de uma perturbação num meio sem vazio – espécie de choque sucessivo de «bolas elásticas» – com uma velocidade finita e onde se assume que esta grandeza teria um valor menor no meio mais denso tal como conjecturara Fermat. Note-se que esta transmissão num meio sem vazio correspondia, no pensamento cartesiano, à identificação entre a extensão e a matéria; esta acção por contacto corresponde ao conhecido Princípio de Huygens da propagação ondulatória da luz. Nesta obra – capítulo III, proposição XXXI – Huygens demonstra a lei de Snell, partindo do princípio que a velocidade de propagação da luz seria menor no meio mais refrangente. Escreveu no seu tratado

> «(…) Terminarei esta teoria da refracção demonstrando uma notável propriedade que depende dela, a saber: que um raio de luz para ir de um ponto a outro, quando estes se encontram em meios diferentes, refracta-se na superfície plana que separa os dois meios, de maneira a gastar o menor tempo possível (…) Fermat, o primeiro a propor esta propriedade das refracções, admitia, como nós, e directamente contra a opinião de Descartes, que a luz passa mais lentamente através do vidro e da água do que através do ar (…)»[59].

A lei da refracção era de observação empírica e a explicação cartesiana não convenceu Huygens, que encontrou, com a sua teoria, uma forma coerente de demonstrar a dita lei, creditando a seu favor, pelas conclusões e hipóteses, o acordo com o raciocínio de Fermat e, há que sublinhá-lo, com o princípio do *tempo mínimo*.

É opinião geral que Huygens foi, durante o terceiro quartel do século XVII, o matemático e físico mais importante da Europa, apresentando-se, em 1666, como membro fundador da Academia Real das Ciências de Paris[60]. Não admira que, no final da década de sessenta desse mesmo século, um homem como Leibniz, pretendendo uma formação aprofundada e rápida nas matemáticas e na filosofia natural, tenha procurado, em Paris, o sábio holandês para que fosse seu tutor nestas matérias. E, numa carta que lhe escreveu, declarava

> «(…) posso dizer que o [presente] que me destes em Paris da vossa obra excelente sobre os relógios de pêndulo [*Horologium Oscillatorium*] foi uma das causas do progresso que tenha feito desde então nestas ciências (…)»[61].

[59] (HUYGENS, 2007: 30).
[60] (TATON, 1982).
[61] *In* (TATON, 1982: 101).

3.1. AS CAUSAS FINAIS E O PENSAMENTO DE LEIBNIZ

O encontro em Paris, no início da década de setenta do século XVII, de Huygens com Leibniz, um encontro deliberadamente procurado por este último, vai ser determinante na formação do filósofo alemão; «Leibniz parece dever a Huyghens o essencial dos seus princípios, também o essencial da sua técnica de demonstração»[62] na refutação às regras de Descartes sobre o choque dos corpos. Leibniz vai debruçar-se sobre três temas que vão ser chave para a futura construção do Princípio que virá a ser designado pela «Menor Acção»: a Óptica ou a explicação matemática da lei da refracção, a Mecânica ou a explicação e descrição do movimento com a construção da sua Dinâmica, o cálculo diferencial e integral ou as propriedades especiais das curvas. Por outro lado, quase quarenta anos depois da sua morte, o próprio Leibniz, por escritos supostamente da sua autoria, vai ser o motivo próximo para uma acesa polémica na Academia de Berlim que envolverá algumas das figuras cimeiras do meio académico europeu, matéria que se tratará no capítulo 6 deste trabalho.

No ano da criação da *Acta Eruditorum*, logo num dos seus primeiros números, Leibniz publicou um trabalho com um título assaz sugestivo, *Unicum Opticae, Catoptricae, et Dioptricae Principium* (*Um princípio unitário da Óptica, Catóptrica e Dióptrica*), onde escrevia

> «(…)Temos, portanto, a redução de todas as leis dos raios confirmadas pela experiência à geometria pura e ao cálculo através da aplicação de um único princípio, tomado a partir de causas finais se se considerar a questão correctamente: para um raio definido a partir de C não se entende como poderia mais facilmente atingir o ponto E ou D, ou G, nem é dirigido por si próprio para estes pontos, mas o Criador das coisas criou a luz de tal modo que da sua própria natureza o resultado mais perfeito surgiria. Assim, aqueles que rejeitam as causas finais na física de Descartes erram muitíssimo – para não falar num tom mais áspero – uma vez que, mesmo para além da admiração pela sabedoria divina, elas também nos fornecem o melhor princípio para descobrir as propriedades daquelas coisas cuja natureza íntima ainda não é tão claramente conhecida por nós que seríamos capazes de usar causas eficientes próximas e explicar as máquinas que o Criador empregou para produzir aqueles efeitos e com o propósito de alcançar os seus fins. Assim, também entendemos que as meditações dos antigos sobre estes assuntos tal como se apresentam não devem ser menosprezadas tal como o parecem fazer actualmente algumas pessoas. Parece-me que notáveis geómetras, como Snell e Fermat – muito versados na geometria dos antigos – estenderam esses métodos à Catóptrica e à Dióptrica (…)»[63].

[62] (GUEROULT, 1934: 96).
[63] (LEIBNIZ, 1682: 186).

É a defesa da utilização de um princípio de causas finais cujos resultados são extraídos pela aplicação de um processo de cálculo que se baseia no «meu método dos máximos e mínimos»[64]. No último capítulo apresenta-se a tradução completa deste trabalho. Leibniz perfila-se ao lado de Fermat e do seu princípio, ressalvando contudo a sua discordância em relação às hipóteses físicas por este defendidas. O pensador alemão defende o princípio do «caminho mais fácil» para vencer a resistência do meio, este caminho não tem que coincidir obrigatoriamente com o mais rápido ou de menor tempo. E maior resistência do meio significa que o raio luminoso tem maior dificuldade em penetrar nele ou, por outras palavras, o meio acaba por se tornar mais compacto; ao penetrar num meio mais compacto, mais «apertado», o raio adquire uma maior velocidade, conclusão que o levaria a estar de acordo com a relação entre as velocidades tomada por Descartes e não com a de Fermat ou Huygens. Se ao meio (1), definido por uma resistência m e uma velocidade de propagação da luz v_i, se suceder o meio (2), definido por uma resistência n e uma velocidade de propagação da luz v_r, Leibniz deduz para a lei de Snell a expressão

$$\frac{seni}{senr} = \frac{v_r}{v_i} = \frac{n}{m} = C$$

em que $v_i > v_i$ (Quadro 3.1).

Uns anos depois Leibniz escreverá no seu *Discurso de metafísica*, uma das obras que se pode considerar como uma síntese de todo o seu pensamento filosófico, que

> «(…) a via das causas eficientes, que efectivamente é a mais profunda (…) é em contrapartida bastante difícil quando se desce ao pormenor (…) o caminho das causas finais é mais fácil e não deixa de servir muitas vezes para descobrir verdades importantes e úteis que se levaria muito tempo a procurar por esse outro caminho mais físico (…)»[65].

E, logo a seguir, defende o que acabara de escrever com o exemplo de Snell e Fermat, aproveitando para atacar Descartes, como já fizera no seu artigo de óptica de 1682:

> «(…) Também sustentarei que Snellius, que é o primeiro inventor das regras da refracção, teria esperado longo tempo para as encontrar se quisesse procurar primeiramente como é que a luz se forma. Mas seguiu, aparentemente o método de que os antigos se serviram para a catóptrica: Para levar um raio de um ponto a um outro ponto dado, pela reflexão de um dado plano (supondo que é esse o desígnio da natureza), encontraram a igualdade dos ângulos de incidência e de reflexão, como se pode ver num pequeno tratado de Heliodoro de Larissa e noutras partes. O que o senhor Snellius, como creio, e depois dele (ainda que sem o saber) o senhor Fermat aplicaram mais engenhosamente à

[64] (*ibid*.: 187).
[65] (LEIBNIZ, s/d: 72).

"(…) da vossa obra excelente sobre os relógios de pêndulo [*Horologium Oscillatorium*] foi uma das causas do progresso que tenha feito desde então nestas ciências (…)"

refracção. Porque quando os raios observam nos mesmos meios a mesma proporção dos senos, que é também a das resistências dos meios, acha-se que é a via mais fácil ou pelo menos a mais determinada para passar dum ponto dado num meio a um ponto dado num outro meio. E falta muito para que seja tão boa a demonstração que o senhor Descartes quis dar desse mesmo teorema pela via das [causas] eficientes. Pelo menos há razões para supor que nunca a teria encontrado por aí, se nada tivesse aprendido na Holanda da descoberta de Snellius (…)»[66].

Ainda na mesma obra, ao debruçar-se sobre a «utilidade das causas finais na Física», de que depois procurará a «conciliação das duas vias, a das finais e a das eficientes, para satisfazer tanto aqueles que explicam mecanicamente a natureza como os que recorrem às naturezas incorpóreas», escreveu

«(…) Como não gosto de julgar ninguém desfavoravelmente, não acuso os novos filósofos que pretendem banir da Física as causas finais. No entanto sou obrigado a confessar que as consequências desta opinião me parecem perigosas (…) como se Deus, ao agir, não se propusesse nenhum fim ou bem (…) e tenho para mim, pelo contrário, que é aí onde é preciso procurar o princípio de todas as existências e das leis da Natureza (…)»[67].

Poderá ser esta constatação da conciliação das duas vias (as causas finais e as causas eficientes) que virá a influenciar fortemente Euler na forma matemática de aferir o método que, utilizando as causas finais, lhe permite encontrar soluções para diversos problemas na mecânica.

Ao contrário de Fermat, Leibniz mergulhou plenamente na justificação metafísica do uso de um princípio teleológico, e foi muito para lá da justificação matemática simples construída pelo geómetra francês, escrevendo:

«(…) É minha opinião que, por razões determinadas de sabedoria e de ordem, Deus teve a obrigação de estabelecer as leis que se observa na natureza ; donde aparece mesmo, o que já pessoalmente sublinhei noutra altura (…) que a causa final não serve unicamente para a virtude e a piedade em ética e na teologia natural, mas ainda na própria física para encontrar e descobrir as verdades escondidas (…)»[68].

Está-se perante uma tentativa de fundamentação de um princípio teleológico, tentação a que, como já se disse, Fermat nunca cedeu. Esta postura diferente, entre dois

[66] (*ibid.*: 72).
[67] (*ibid.*: 65).
[68] *In* (BRUNET, 1938: 13), (1698) *Acta eruditorum*, set.: 432..

defensores de um princípio deste tipo na explicação do fenómeno da refracção, terá muito a ver com as atitudes diferentes perante a explicação dos fenómenos naturais: enquanto que Leibniz procurou construir um sistema de explicação do mundo natural, Fermat quedou-se pela forma matemática, pura e simples, de explicar um determinado fenómeno, sem qualquer pretensão de ir mais além, de encontrar um princípio geral que sustentasse um qualquer sistema (até porque não o tinha!).

Se, na Óptica, Leibniz se distancia de Descartes e ainda mais de Huygens, na Mecânica adoptará alguns pontos de vista deste último e demarca-se da teoria cartesiana do movimento. Em Leibniz, na sua teoria do movimento, o grande princípio, também de carácter finalista, é a conservação. Embora atacando a física cartesiana, em particular o princípio da conservação da quantidade de movimento, defende:

> «É conforme com a razão dizer que a mesma soma da potência motora conserva-se na natureza, que esta soma não diminui, pois nunca observamos que um corpo perde alguma força que não seja transferida para um outro; que esta soma também não aumenta, pois o movimento perpétuo é de tal modo irreal que nenhuma máquina e, consequentemente, toda a natureza não pode conservar a sua força sem novos impulsos exteriores»[69].

Em 1691, no *Ensaio da Dinâmica* sobre as Leis do Movimento, escreve

> «(…) é a força viva absoluta ou o que se estima, pelo efeito violento que ela possa produzir, que se conserva e não a quantidade de movimento. Porque se essa força viva não pudesse jamais aumentar e existisse um efeito mais potente do que a causa ou o movimento perpétuo mecânico, isto é, que poderia reproduzir a sua causa e qualquer coisa a mais, o que é absurdo. Mas se a força se pudesse diminuir, ela seria completamente destruída, porque não podendo jamais aumentar e podendo diminuir ela iria sempre decaindo cada vez mais, o que é, sem dúvida, contrário à ordem das coisas. A experiência confirma-o também e chegar-se-á sempre a que, se os corpos convertem os seus movimentos horizontais em movimentos de ascensão, eles poderiam sempre elevar o mesmo peso à mesma altura antes ou depois do choque, supondo que nenhuma parte da força foi absorvida no choque pelas partes do corpo, quando estes corpos não são perfeitamente elásticos, sem falar do que absorve o meio, a base e outras circunstâncias»[70].

Para o filósofo de Hanover o que está em causa é a conservação da quantidade mv^2, a *vis viva*, isto é, retoma a hipótese de Huygens mas com outro alcance; este é o grande princípio da sua Mecânica. A importância da conservação da *vis viva*, do papel que

[69] *In* (DUGAS, 1954: 474).
[70] *In* (DUGAS, 1954: 483).

Leibniz lhe atribui, enquanto «força do movimento», está na base daquilo que vem a alimentar a «controvérsia sobre as forças vivas»[71]; uma controvérsia iniciada pela sua declaração sobre o «erro de Descartes»: – «(…) o seu grande princípio, a conservação da quantidade de movimento na natureza é um erro(…)»[72] – e que vai suscitar um amplo debate com académicos franceses, na altura muito ciosos da teoria cartesiana. Um debate que, de forma indirecta, vai influenciar o pensamento e a acção de alguns dos principais participantes na construção do Princípio da Menor Acção. Em vários passos desta exposição voltaremos a esta querela.

A par do que já foi dito sobre os trabalhos de Mecânica e de Óptica de Leibniz, é preciso lembrar que, em 1684, publicou, na *Acta Eruditorum*, um artigo, *Nova methodus pro maximis et minimis, itemque tangentibus, quae nec fractas, nec irrationales quantitates moratur, et singulare pro illis calculi genus* (*Um novo método para máximos e mínimos, bem como tangentes de que não há impedimento para quantidades fraccionadas ou irracionais, e um tipo de cálculo notável para este efeito*), onde expõe um método que, matematicamente, permite a determinação, através do conceito de derivada, de pontos notáveis, de uma curva – máximos ou mínimos – bem como de outras características tais como a concavidade e os pontos de inflexão. É como ilustração das potencialidades deste novo método de cálculo, depois apelidado de Cálculo Diferencial, que Leibniz propôs a sua aplicação a alguns problemas e, entre estes, encontrava-se o célebre cálculo da determinação do ângulo de refracção, já avançado por Snell, Descartes e também já demonstrado por Fermat utilizando o princípio do percurso de tempo mínimo. Na sua comunicação de 1682 sobre óptica já fazia alusão a este novo processo de cálculo. Para Leibniz, associada à ideia de conservação, está a procura d'«a via mais fácil», ideia que poderá implicar a noção matemática de extremo (máximo ou mínimo) que lhe fora sugerida pelo cálculo diferencial, no fim das contas, aquilo que Fermat intuíra trinta anos antes. E também, tal como Fermat, Leibniz reduziu o tratamento do problema físico a um cálculo essencialmente geométrico.

Para Fermat, o seu princípio de mínimo era de índole matemática e sustentado pela comprovação empírica da lei de Snell, jamais invocou qualquer generalização para o comportamento geral da Natureza. Para Descartes e os seus seguidores, este princípio correspondia, no mesmo nível, à defesa da conservação, isto é, ao pilar metafísico da física cartesiana; então havia que combater o Princípio de Fermat porque ele não apresentava uma argumentação sustentada no movimento – justificação física – mas a sua razão de ser jazia no domínio da metafísica enquanto princípio de causas finais ou de natureza teleológica. Huygens defende o pilar metafísico de Descartes, a conservação, mas aplica-o ao que viria a chamar-se *vis viva*, a hipótese física, ou axioma, dos seus estudos

[71] *In* (DUGAS, 1954: 477).
[72] *In* (DUGAS, 1954: 474).

mecânicos. Huygens usa a conservação da *vis viva* enquanto princípio físico, liberto de argumentação metafísica; aqui o sábio holandês aproxima-se da postura de Fermat. Agora, para Leibniz, a conservação desta grandeza poderia estar englobada num grande princípio de «causas finais» em que, tal como já foi descrito, a intervenção sobrenatural é sublinhada no sentido de justificar a existência de um tal princípio

> «(…) por razões determinadas de sabedoria e de ordem Deus teve a obrigação de estabelecer as leis que se observa na natureza»[73].

Estas leis poderão conter, ou sugerir, um comportamento de máximo ou mínimo, de tal modo que, uns anos mais tarde, alguém atribuirá a Leibniz a autoria de um texto, contido numa carta sua, e que é o seguinte:

> «(…) A acção não é o que pensais, a consideração do tempo entra aí, é igual ao produto da massa pelo tempo ou do tempo pela força viva. Percebi que, nas mudanças dos movimentos, ela se pode tomar geralmente como um valor máximo ou mínimo. Daqui podemos extrair várias proposições de grande consequência: poderia ser usada para determinar as curvas que descrevem os corpos atraídos para um ou mais centros. Quero tratar dessas coisas, entre outras, na segunda parte da minha Dinâmica (...)»[74].

Neste texto a grandeza *acção*, relacionada com a força viva, aparece mencionada pela primeira vez, sendo-lhe atribuída a característica de *máximo ou mínimo*, e serviria para estudar o movimento. Importa, perante esta última citação, sublinhar a imprecisão da definição desta grandeza que «não parece digna do sábio filósofo»[75], um texto de que não se confirmou a veracidade da sua existência, desconhecido de todos, especialmente do criador do Princípio da Menor Acção que foi Maupertuis, e que servirá de pretexto, como se verá mais adiante, para a acusação de plágio que este vai sofrer…

É com Leibniz, na esteira do que já fizera Fermat, mas de uma forma muito mais potente, que se abre, por via da sua criação do Cálculo Diferencial, a resolução de problemas concretos da Física através da determinação de máximos ou mínimos. Há a junção, ou sobreposição, de dois planos: o físico, o da explicação das leis naturais a partir de uma grandeza sujeita ao princípio de causas finais; e o matemático, a utilização do cálculo diferencial para determinar as características dessa mesma grandeza. É no percurso desta sobreposição que caminharão os Bernoulli e, com maior sucesso, Euler. Newton, o autor da obra cume do tratamento matemático do movimento e das suas causas, *Principia*

[73] *In* (BRUNET, 1938: 13).
[74] *In* (*ibid.*: 11).
[75] (*ibid.*: 11).

Mathematica Philosophiae Naturalis (*Os Princípios Matemáticos da Filosofia Natural*), como se verá adiante, afasta-se decididamente desta visão finalista na explicação dos fenómenos naturais.

3.2 A POLÉMICA COM NEWTON (OU COMO O PENSAMENTO DE NEWTON SE AFASTA DAS CAUSAS FINAIS)

Isaac Newton escreveu no *General Scholium*, com que encerra os *Principia*,

> «(…) Pois um Deus sem domínio, providência e causas finais, não passará de Destino e Natureza (...) toda a diversidade das coisas criadas, cada qual no seu lugar e no seu tempo, só pode ter tido origem nas ideias e na vontade dum Ser que existe necessariamente (…)»[76].

Aqui, Deus, ou o princípio teleológico, intervem no instrumento, na razão e na determinação, mas as leis revelam-se pelo funcionamento da Natureza, não por qualquer razão pré-estabelecida ou argumentação em torno de causas finais; não há necessidade de invocar qualquer finalismo subentendido nas ideias de conservação ou de um princípio de tempo mínimo. O newtonianismo manifesta-se contra a ideia de «o mundo ser uma grande máquina, movendo-se sem a intervenção de Deus», o que implicaria que qualquer princípio de conservação tornaria supérflua, desnecessária, essa intervenção. Esta oposição de Newton à ideia de conservação é de tal modo veemente que, pela pena do seu discípulo, Samuel Clarke, sustentou, na polémica contra Leibniz, o seguinte:

> «(…) A ideia do mundo ser uma grande máquina, que se movimenta sem a intervenção de Deus, tal como um relógio que continua a funcionar sem a assistência de um relojoeiro, é a noção do materialismo e do destino, e tende, (sob o pretexto de fazer do Deus uma inteligência *supra-mundane*) a excluir, na realidade, o governo e a providência de Deus do mundo (…)»[77].

Deus manifesta-se, segundo o pensamento de Newton-Clarke, exactamente pela necessidade de intervenção sobre o funcionamento da natureza (… e intervém quando necessário). O carácter da intervenção divina no universo é, nesta polémica, um dos objectos da atenção de Leibniz e, na sua terceira carta, argumenta no sentido de exemplificar o tipo de actuação divina. Uma argumentação que consiste em reafirmar a necessidade da invariância:

[76] (NEWTON, 2010: 886).
[77] *In* (ALEXANDER, 1976: 14).

> «(…) se a força activa diminuir no universo, devido às leis naturais estabelecidas por Deus, assim Ele deverá actuar no sentido de restaurar aquela força, tal como um artista burilando as imperfeições da sua obra, a desordem não está de acordo connosco, como não está de acordo com Deus. Ele deve tê-la evitado e tomado medidas para evitar tais inconveniências (...)»[78].

É uma referência explícita à ordem, à constância, a qualquer coisa que se tem que conservar, como forma de preservar a natureza do caos e da desordem. A necessidade da conservação é o substrato da defesa de um princípio de causas finais. Clarke, na réplica seguinte, contraria a ideia de conservação, assumindo que, no universo, o tipo de forças, que Leibniz pensa conservarem-se, diminuem, concluindo então que este comportamento não representa nenhuma imperfeição,

> «(…) não há qualquer inconveniência, à desordem e à imperfeição na execução do artífice do universo (...) é uma consequência da natureza dos corpos dependentes»[79].

Para Leibniz a conservação da *vis viva* era uma questão central da sua dinâmica e, em particular, como regra a que os choques entre corpos teriam que obedecer; Clarke mostrava que existiam choques onde tal conservação não se verificava. O próprio Newton, no Escólio referente aos Axiomas e Leis do Movimento dos *Principia*, sustenta que

> «... [Baseado] na Lei III, Sir Christopher Wren, Dr.Wallis e o Sr. Huygens, grandes geómetras dos nossos dias, determinaram, independentemente uns dos outros, as regras para os choques e reflexão dos corpos duros e quase ao mesmo tempo e em plena concordância comunicaram as suas descobertas à Royal Society (…)»[80].

De outro modo, a própria conservação do momento linear, ou quantidade de movimento, que se verifica nos choques de todos os corpos, não é tomado como um princípio em si, mas como uma decorrência da sua terceira lei… Não admira que na última peça da polémica Samuel Clarke negue a conservação como princípio fundamental regulador do movimento universal (ou como forma de Deus manifestar, não a sua intenção de intervir, mas a sua intervenção efectiva e inicial na marcha do universo), deixando em aberto uma pergunta:

[78] *In* (*ibid.*: 29).
[79] *In* (*ibid.*: 34).
[80] (NEWTON, 2010: 55).

> «(…) não tem Deus a liberdade para fazer a natureza, que deve continuar na sua presença o tempo que lhe aprouver, podendo ser alterada de qualquer modo que ele queira?»[81].

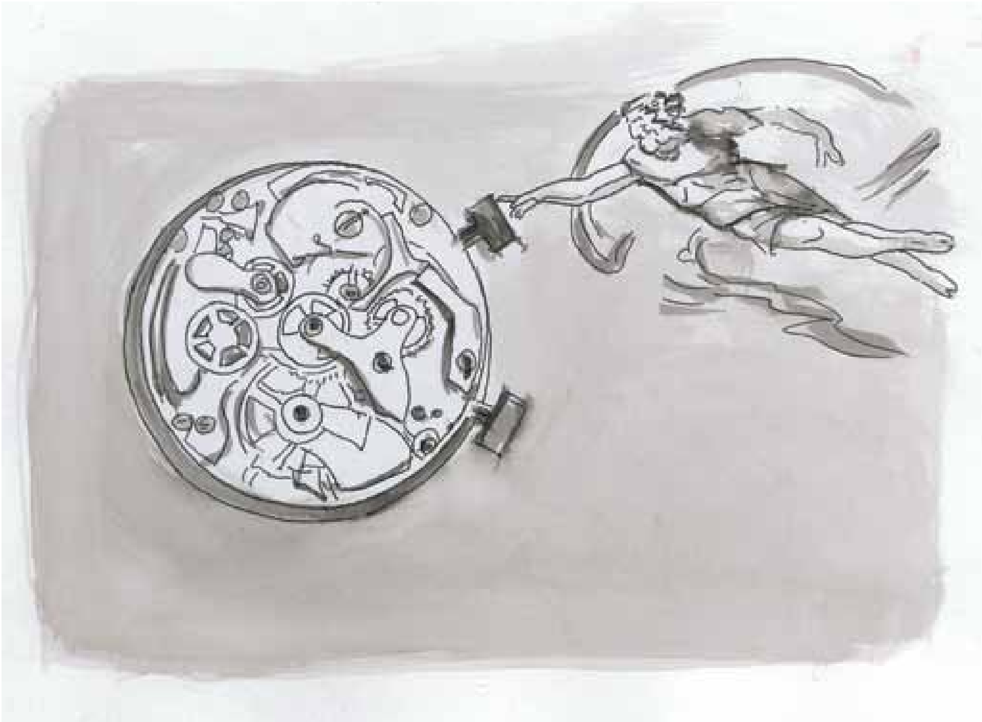
Este carácter da intervenção divina na regularização da marcha da natureza vai ser essencial na aceitação do newtonianismo, ou na separação entre este e as ideias de Descartes e Leibniz. Contudo, como se verá noutro capítulo, alguma restrição nesta liberdade de acção de Deus na natureza, permitirá a adequação do newtonianismo à existência de um princípio de causas finais (a que Newton era tão avesso). Newton defendia acerrimamente a não aceitação de um qualquer princípio de conservação como causa explicadora do movimento no universo; deverão existir forças originais responsáveis pelo movimento, contudo não se preocupou com a explicação da origem dessas mesmas forças. O problema das causas finais não está no seu horizonte… No final dos *Principia* escreve

> «Mas até aqui não fui capaz de deduzir dos fenómenos a razão para estas propriedades da gravidade e não faço hipóteses [*Hypothesis non fingo*]. Porque aquilo que não se deduzir dos fenómenos deve ser chamado uma hipótese; e hipóteses, metafísicas ou físicas, ou baseadas em qualidades ocultas, ou mecânicas, não têm lugar na filosofia experimental»[82].

Vai ser no rescaldo desta polémica, já depois da morte de Leibniz e quando Samuel Clarke torna público os textos das dez cartas trocadas entre si e o filósofo de Hannover[83], que se (re)acende a discussão em torno de três ideias fundamentais da Mecânica – matéria, força e movimento – e a sua aplicação à lei dos choques dos corpos; é a querela das «forças vivas» já referida.

Na óptica, a solução de Newton é muito semelhante à de Descartes e contraria a conclusão de Fermat e Huygens. Newton estabelece como postulado (axioma V) que a razão entre os senos dos raios incidente e refractado é (aproximadamente) constante e com isto tem o problema resolvido, pois não é chamado a provar nenhuma lei, este é um dado imposto pela observação. Contudo, perante o fenómeno da dispersão, vai ter que provar que a lei da refracção é verdadeira para o caso dos raios de diferente refrangibilidade obtidos (aquilo que hoje se chamaria, para os diferentes comprimentos de onda), é o que trata na proposição VI do Livro I. A conclusão é a seguinte,

[81] *In* (ALEXANDER, 1976: 113).
[82] (NEWTON, 2010: 887).
[83] (HANKINS, 1965: 282).



"(…) Deus manifesta-se, segundo o pensamento de Newton-Clarke, exactamente pela necessidade de intervenção sobre o funcionamento da natureza (…)"

«(…) esta Demonstração sendo geral, sem determinar o que é a Luz, ou qual a Força responsável pela refracção ou indo um pouco mais longe assumindo que o corpo que provoca a refracção actua sobre os raios segundo linhas perpendiculares à superfície [de separação dos dois meios]»[84].

E toda a demonstração assenta na assunção que a velocidade de propagação da luz (corpúsculo) é superior no meio mais refrangente do que no menos refrangente. Explicitamente nada é dito sobre esse «corpúsculo luz», mas implicitamente essa ideia está sempre presente e, como adiante se mostrará, é explicitada nos *Principia*. De todos os seus antecessores, na construção de uma teoria da luz, o único que é nomeado, é Huygens; uma nomeação respeitosa e necessária para acentuar a sua discordância quanto à teoria ondulatória defendida por este.

O Query 29 da *Óptica* de Newton abre com uma interrogação, «Não são os raios luminosos corpos muito pequenos emitidos pelas substâncias brilhantes?»[85], e umas linhas mais à frente acrescenta

«Se a refracção é devida à atracção dos raios, os senos do ângulo de incidência devem estar para os senos dos ângulos de refracção numa dada proporção como mostrámos nos nossos Princípios de Filosofia, e esta regra é comprovada pela experiência»[86].

Newton remete a demonstração dessa regra para o que já escrevera nos *Principia*. Nesta obra, na última secção do Livro I, intitulada, *O movimento dos corpos extremamente pequenos actuados por forças centrípetas que tendem para cada uma das partes de certo corpo grande*, no primeiro período do escólio, o próprio Newton esclarece:

«Estas atracções são muito semelhantes às reflexões e refracções da luz, feitas de acordo com dada razão entre as secantes, como Snell descobriu, e, conseqüentemente, segundo dada razão entre os senos, como Descartes enunciou»[87].

O que mostra porque é que a solução de Newton é muito semelhante à de Descartes, explicando que

«Portanto, por causa da analogia que existe entre a propagação dos raios de luz e o movimento dos corpos, pensei que não era errado juntar as proposições seguintes com

[84] (NEWTON, 1979: 82).
[85] (NEWTON, 1979: 370).
[86] (*ibid..:* 370).
[87] (NEWTON, 2010: 382).

obectivos de utilização em óptica, não com a preocupação de qual é a natureza dos raios luminosos, ou interrogando se são, ou não, corpos, mas apenas para determinar as curvas descritas pelos corpos que são extremamente semelhantes às descritas pelos raios»[88].

A utilização de uma secção dos *Principia* para expor matéria relacionada com a Óptica pode parecer um pouco estranha, mas o facto ficou a dever-se a dois motivos: primeiro, às observações astronómicas e aos fenómenos ópticos a elas associados; segundo, a já conhecida determinação da velocidade de propagação da luz feita por Roemer em 1676 e comunicada à Royal Society e à Academia de Paris.

É também na sua *Óptica* que Newton introduz um conceito de índole muito equivalente aos «percursos mais fáceis» de Leibniz: é a teoria dos acessos de fácil reflexão e de fácil transmissão («*Fits of easy Reflection*» e «*Fits of easy Transmisssion*») – definição seguinte à duodécima proposição do livro segundo, parte terceira – para explicar os fenómenos das lâminas delgadas[89]. A natureza desta explicação mostra como Newton também escorregou em argumentos de cariz teleológico. No Quadro 3.1 sintetiza-se os resultados sobre a refracção óptica dos principais intervenientes em todo este debate.

Quadro 3.1: A refracção óptica nos principais intervenientes

	Princípio	Lei de Snell	Relação das velocidades dos dois meios[2]
Descartes	Leis do movimento	$\frac{seni}{senr}=\frac{v_r}{v_i}=\frac{m}{n}=C$	$v_r > v_i$
Fermat	Princípio do Tempo Mínimo	$\frac{seni}{senr}=\frac{v_i}{v_r}=\frac{n}{m}=C$	$v_r > v_i$
Huygens	Teoria Ondulatória	$\frac{seni}{senr}=\frac{v_i}{v_r}=\frac{n}{m}=C$	$v_r > v_i$
Leibniz	«caminho mais fácil»	$\frac{seni}{senr}=\frac{v_r}{v_i}=\frac{n}{m}=C$	$v_r > v_i$
Newton	Teoria corpuscular	$\frac{seni}{senr}=C$	$v_r > v_i$

[88] (NEWTON, 1979: 370).
[89] (NEWTON, 1979: 281).

3.3. OS BERNOULLI E AS APLICAÇÕES DO CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

Como já se escreveu, umas páginas atrás, Leibniz publicou em 1684 o seu artigo fundador de um novo cálculo, ilustrando as potencialidades deste método na resolução de alguns problemas físico-geométricos. E, entre as soluções propostas, encontrava-se o célebre cálculo da determinação do ângulo de refracção, já avançado por Snell, demonstrado por Fermat e Huygens, e também já calculado pelo próprio Leibniz dois anos antes[90]. Um outro matemático, o primeiro da mais célebre dinastia familiar de matemáticos, após conhecer os artigos de Leibniz, mostra-se muito interessado no novo cálculo:

> «Efectivamente, pouco depois da sua nomeação em 1687 para a Universidade de Basileia, Jaime Bernoulli, pede, numa carta datada de 15 de Dezembro de 1687, a Leibniz vários esclarecimentos sobre certos aspectos do novo cálculo; mas este último ausente de Hanover (…) só responde três anos mais tarde através de uma carta datada de 24 de Setembro de 1690 (…) Entretanto Jaime Bernoulli não perdeu o seu tempo, sozinho assimilou o novo cálculo»[91].

Em 1687 Leibniz propusera, como aplicação do novo cálculo, outro problema, a determinação da curva por si apelidada de isócrona – «uma curva descrita por um ponto material sob a acção do peso uniforme e cuja velocidade na vertical fosse constante» – e Jaime Bernoulli, como resultado do seu estudo, resolve o problema, mostrando que a solução é uma parábola semi-cúbica $y^2 = k^3$ e publica este resultado na *Acta Eruditorum*[92]. Jaime, a pedido do seu irmão mais novo João (I), inicia-o na nova arte do cálculo. E, a partir de 1690, os irmãos Bernoulli passaram a ser os grandes interlocutores matemáticos de Leibniz e vão empenhar-se no estudo e na aplicação do novo método de cálculo.

Foi a estadia de João (I) Bernoulli em Paris, inverno de 1691-92, e ao iniciar o Marquês Guillaume de L'Hopital (1661-1704) no novo método leibniziano, que permitiu a este a escrita, em Junho de 1699, do primeiro tratado de calculo diferencial, *Analyse des infiniment petits pour l'intelligence des lignes courbes* (*Análise dos infinitamente pequenos para o estudo das linhas curvas*). Esta obra de L'Hopital resultou das lições parisienses de Bernoulli e contribuiu decisivamente para a difusão do novo cálculo por toda a Europa académica.

Afastados da controvérsia das causas finais, não se pronunciando sobre a metafísica dos princípios, mas embrenhados na matemática, os irmãos Bernoulli, Jaime e João

[90] (LEIBNIZ, 1682).
[91] (BLAY, 1992: 25).
[92] O título do artigo original: *Jacobi Bernoulli analysis problematis antehac propositi. De Inventione Lineae descensus corpore gravi percurandae uniformiter, sic ut temporibus aequalibus aequalis altitudines emetiatur: et alterius cujusdam Propositio* (*Análise do problema de J. Bernoulli, anteriormente proposto, sobre a descoberta da trajectória da descida uniformemente de um corpo pesado que deve ser procurada*).

(I), passaram rapidamente de aderentes entusiastas das ideias matemáticas de Leibniz a proponentes activíssimos de novos problemas passíveis de serem resolvidos pelo novo processo de cálculo. É muito importante prestar atenção ao papel que desempenharam, porque a sua influência será determinante no rigor da formulação matemática do que virá a ser o Princípio da Menor Acção, o que se revelará de muito maior relevância do que as interpretações finalistas ou metafísicas de que foi alvo.

Como afirmam alguns autores (aqui menciona-se só um):

> «A história da mecânica racional não é nem experimental nem filosófica (…) é uma história de problemas particulares, exemplos muito concretos para a resolução dos quais houve que criar novos princípios e métodos (…) o caso particular não era um fim em si mesmo, mas um guia para generalizações correctas (…)»[93].

E nesta atitude pragmática de lançar novos problemas, suscitando novas resoluções, participam activamente os Bernoulli que vão fazer escola pelas suas contribuições para este tipo de desenvolvimento da Mecânica Racional: partindo da solução de problemas particulares criam novos princípios e métodos. Os problemas são essencialmente de carácter físico-geométrico, a saber: determinar uma trajectória para condições particulares do movimento, o que implicava essencialmente determinar a curva matemática descrita e estudar as suas propriedades, esta era a questão fulcral – talvez fosse mais correcto dizer que os problemas eram essencialmente cinemático-geométricos; noutros casos, procurava-se encontrar a forma da curva, ou da superfície (as suas propriedades), que correspondiam a situações de equilíbrio de corpos, como é o caso da vela (*velaria*)[94] ou da cadeia suspensa (*catenária*).

O problema da catenária foi lançado pelo mais velho dos Bernoulli – «a determinação da curva descrita por um fio quando deixado cair livremente e estando suspenso entre dois pontos fixos»[95]. Galileu pensara que a curva que resolvia este problema era uma parábola, mas estava errado[96]. O problema vai ser resolvido por Leibniz, Huygens e João (I) Bernoulli nas *Acta Eruditorum* de junho de 1691. Este último encontrará a solução por intermédio do cálculo infinitesimal, chegando à equação diferencial $\frac{dy}{dx} = \frac{s}{c}$, onde s representa o comprimento do arco entre os dois pontos de suspensão e c é uma grandeza que depende do peso específico do fio, a solução é dada pela função $y = c\cosh\left(\frac{x}{c}\right)$. João (I)

93 (TRUESDELL, 1968: 96).

94 É a curva formada por uma vela suspensa por duas varas horizontais quando enfunada pelo vento. À curva formada por um pano cheio de água quando suspenso de duas varas horizontais, chama-se *linteária*.

95 Cujo enunciado original é o seguinte: «*Invenire quam curvam referat funis laxus inter duo puncta fixa libere suspensus. Sumo autem, funem esse lineam in omnibus suis partibus facillime flexilem*»

96 «(…) suspendamos nestes dois pregos uma corrente muito fina (…) esta corrente ao ser dobrada toma a forma de uma parábola (…)» (GALILEU, 1988: 144).

Bernoulli, o segundo da dinastia Bernoulli e que se sentia ofuscado pelo talento do seu irmão mais velho, ficou extremamente vaidoso por ter conseguido resolver este problema, coisa que o seu irmão, o proponente, não conseguira. A partir deste período a relação entre os dois irmãos deteriora-se bastante ao ponto de João(I) Bernoulli, numa carta a Leibniz, se referir ao seu irmão nos seguintes termos:

> «(…) esforça-se com o máximo zelo em tudo esconder e dissimular por detrás dos seus anagramas [logogriphis], não conseguindo eu perceber qual a pequena e vã glória e a admiração que retira dessa atitude. É por isso que me persegue ferozmente (o que tem vergonha de dizer) com o seu ódio clandestino (…)»[97].

Esta afirmação de João (I) Bernoulli é bastante exagerada, reconhecendo-se todavia que as suas personalidades são bem diferentes:

> «(…) Jaime não tinha a espontaneidade com que João comunicava as suas descobertas e resultados. Era mais reflectido e não tinha pressas (…) consciente da originalidade dos seus trabalhos num campo que dava os primeiros passos, procurava proteger a sua propriedade intelectual não difundindo abertamente os resultados ainda não publicados (excepto ao seu irmão (…) e aos seus discípulos) e assegurando a prioridade das suas descobertas (…) menos impulsivo e comunicativo que o seu irmão, Jaime comunicou os seus resultados em numerosos artigos cuidadosamente escritos em latim (…)»[98].

Entre outros problemas, ou desafios, que os Bernoulli lançam aos matemáticos da época, está, por exemplo, o célebre problema da braquistócrona – proposto na *Acta Eruditorum* de Junho de 1696 por João (I) Bernoulli – «linha percorrida por um ponto material quando se desloca de uma posição para outra ao longo da trajectória que corresponda ao menor intervalo de tempo». Problema a que Galileu também já se referira, avançado, contudo, com uma solução incorrecta[99].

Parece que a este desafio não responderam os matemáticos de França, dos Países Baixos e de além Mancha, o que o levou, por proposta de Leibniz, a prolongar o prazo de resposta. O desafio voltou a ser repetido, na mesma revista, em Dezembro do mesmo ano, estipulando-se para prazo de entrega da solução a Páscoa de 1697. E o lançador do repto, João (I) Bernoulli, propôs-se divulgar a sua solução, bem como a de Leibniz, caso

[97] *In (* PEIFFER, 2006: 14).
[98] (PEIFFER, 2006: 14).
[99] «(…) o movimento mais rápido entre dois pontos não acontece na linha mais curta, nem na linha recta, mas por um arco de círculo (…)» (GALILEU, 1988:235).

"(...) Jaime, a pedido do seu irmão mais novo João (I), inicia-o na nova arte do cálculo (...)"

ninguém resolvesse o problema em causa[100]. Em carta, João (I) Bernoulli já colocara o problema a Leibniz e este respondera-lhe de imediato, dando-lhe conta de uma solução possível[101].

No sentido de facilitar a divulgação do desafio, os problemas enunciados (além da braquistócrona, Bernoulli juntara um outro) foram também publicados nos *Philosophical Transactions* e no *Journal des Savants*, tendo Wallis e Newton recebido cópias pessoais. Apareceram, alem da solução apresentada pelo autor, outras cinco pertencentes, respectivamente, a Newton, Leibniz, L'Hopital, Jaime Bernoulli e Tschirnhaus[102]. Todas as soluções foram publicadas no mesmo número das *Acta Eruditorum*[103]. A solução do proponente tem a particularidade de se basear no Princípio de Fermat: identifica a curva em causa com aquela que é descrita por um raio luminoso que se propagaria num meio cuja densidade fosse inversamente proporcional à velocidade adquirida pelo corpo ao longo da queda. Analiticamente João (I) Bernoulli determina a equação da curva que é uma ciclóide. Esta solução, de acordo com as palavras do seu irmão, «revela astúcia e não merece que seja apelidada de método»[104]. Dos trabalhos de João (I) e Jaime Bernoulli apresentam-se, no último capítulo, as suas traduções.

A solução do mesmo problema proposta por Jaime Bernoulli corresponde a um método mais sistemático de resolução: inicialmente mostra que as propriedades de mínimo se conservam em qualquer parte da curva; depois compara cada curva elementar com uma outra e iguala os tempos das duas curvas que se admitem ser braquistócronas. Este método é mais geral – Jaime Bernoulli propõe no seguimento desta solução o problema dos isoperímetros – e corresponde a uma solução que dará origem um novo tipo de cálculo, mais tarde designado pelo cálculo variacional. Este trabalho de Jaime Bernoulli contém outros desafios dirigidos ao seu irmão e dele «nascerá uma longa e penosa controvérsia pública através das revistas eruditas da França e Holanda»[105]. As soluções dos irmãos Bernoulli abriram o caminho para este novo cálculo ou, indirectamente, para a aplicação matemática de um princípio de mínimo na explicação do comportamento da natureza.

Sobre a resposta de Newton, dada a conhecer anonimamente, referencia-se, a este propósito, o relato da sobrinha deste, Catarina:

[100] (GOLDSTINE, 1980:31).

[101] (CARATHEODORY, 1937: 228).

[102] Ehrenfried Walter von Tschirnhaus (1651-1708), matemático alemão.

[103] Maio de 1697: Leibniz, 201-205; João (I) Bernoulli, 206-211; JaimeBernoulli, 211-217; Marquês de L'Hopital, 217-218; Tschirnhaus, 220-223; Newton, 223-224.

[104] (PEIFER, 2006: 17).

[105] (*ibid*: 18).

> «Quando em 1697 o problema foi enviado por Bernoulli – Sir I. N. estava em plena azáfama de uma grande cunhagem de moeda e só regressou a casa, vindo da Torre, muito cansado por volta das quatro»[106].

Nesse mesmo dia, 30 de Janeiro, Newton enviava uma carta a Charles Montagu (1661-1715), Presidente da Royal Society, onde constavam as soluções dos problemas em causa e que virão a ser publicadas anonimamente nos *Philosophical Transactions* desse mesmo mês[107]. É o próprio João (I) Bernoulli, autor do desafio, que escreve numa carta para Basnage de Beauval[108]:

> «Eis, meu caro senhor, que o meu problema permanece por resolver depois de ter sido examinado por várias pessoas na Holanda. Depois foi enviado para Inglaterra onde tenho grandes esperanças que tenha um fim feliz, pois em Inglaterra há alguns excelentes geómetras habilitados a usar os nossos métodos ou similares. De facto, o número de Janeiro dos Philosophical Transactions, que devido à vossa amabilidade me chegaram, mostra que eu não me enganei, pois inclui a construção de uma curva de grande declive (descida rápida) que serve perfeitamente para o problema. Embora o seu autor, na sua excessiva modéstia, não revele o seu nome, podemos certamente, e para lá de qualquer dúvida, afirmar que é o célebre Senhor Newton. Mesmo que não tivesse nenhuma informação além desta, deveríamos reconhecê-lo pelo seu estilo, tal como o leão pela sua juba (...)»[109].

A análise das diferentes resoluções deste problema pode ser consultada em detalhe no trabalho de vários autores[110].

Estes desafios constantes, lançados publicamente no meio académico, com o objectivo de resolver problemas diversos que envolvem movimentos particulares, era uma prática dos irmão Bernoulli. Do mais novo João (I) aparece em 1695, no suplemento das *Acta Eruditorum*, o enunciado do problema da curva de igual pressão – tratava-se de encontrar, no plano vertical, a curva descrita por um corpo descendo livremente sob a acção do seu peso e de tal modo que em todos os seus pontos exista uma força constante igual ao seu peso. Este é mais um exemplo que permite mostrar que os problemas do movimento eram mais um pretexto do que um fim em si; o objectivo era a descrição da curva, utilizando para tal a nova conceptualização do cálculo Leibniziano. Reduziam-se os problemas do movimento, ou outras questões físicas, a problemas eminentemente geométricos (matemáticos no sentido mais actual). Contudo todo este esforço vai reflectir-se quer

[106] *In* (WESTFALL , 1996: 582).
[107] Vol. 17, nº 224, reimpressa nas *Acta Eruditorum* de maio de 1697 (223-224).
[108] Henri de Basnage de Beauval (1657-1710) autor da obra *Histoire des ouvrages des savans*.
[109] *In* (CHANDRASEKHAR, 1995: 572).
[110] (BLAY, 1992), (GOLDSTINE, 1980:31), (WOODHOUSE, 1810).

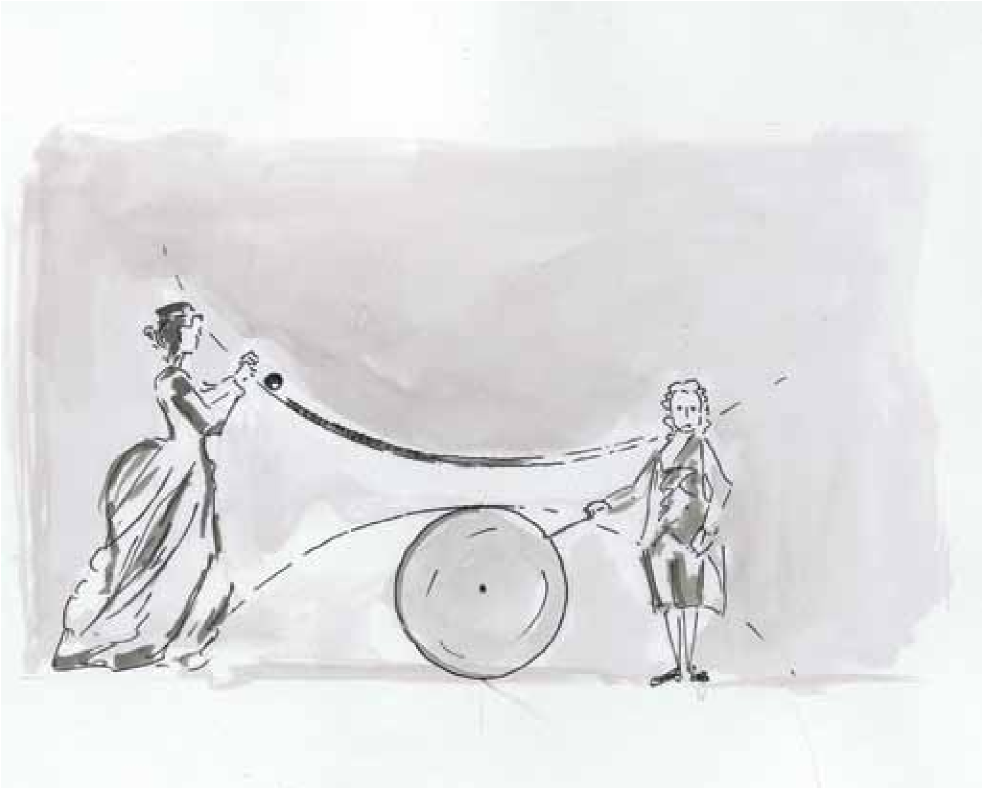
no desenvolvimento da própria Mecânica, quer nos métodos matemáticos que lhe estão associados e, em particular, na formulação matemática do Princípio da Menor Acção. Um exemplo paradigmático desta situação são os problemas dos isoperímetros lançados por Jaime Bernoulli em 1697, no final do artigo resposta ao desafio feito pelo seu irmão quando propôs o problema da braquistócrona[111]. Ao apresentar a sua solução para o problema desta curva, o mais velho dos Bernoulli percebeu que o seu método resolvia toda uma classe de outros problemas e propôs o seguinte problema geral (Figura 10.14):

> «(…) de todas as figuras de igual perímetro constituídas sobre um eixo comum BN [com dois pontos fixos], pretende-se saber aquela, BFN (FiguraVII), que, na verdade, não compreenda ela própria a área máxima, mas que seja tal que uma outra curva BZN com ela relacionada tenha essa propriedade: a sua ordenada PZ deve ser proporcional [numa razão qualquer] à potência ou à raiz do segmento PF ou do arco BF (…)»[112].

Este novo problema dará origem a um longo artigo na *Acta Eruditorum* de 1701, onde o mais velho dos Bernoulli expõe um método novo e eficaz para tratar esta questão. Método que será retomado num artigo de 1718 escrito pelo seu irmão João (I).

Jaime Bernoulli morre em 1705 e a sua cátedra de matemática na Universidade de Basileia passou a ser ocupada pelo seu irmão João (I) que, nessa altura, era professor na universidade da cidade holandesa de Groningen. Figura maior da matemática continental, apoiante incondicional da matemática de Leibniz, foi a João (I) Bernoulli que se ficou a dever a abertura da discussão em torno do conceito de *vis viva* que vai marcar o debate filosófico e matemático nos meios académicos continentais sobre a relação entre força e movimento. Em 1724 a Academia de Ciências de Paris abre um concurso para apresentação de memórias sobre as leis do choque. O professor de Basileia concorre com uma memória onde, não só defende, como demonstra a necessidade da ideia Leibniziana de conservação da *vis viva* que ele passou a denominar por «força de movimento». Apesar do seu manuscrito ter sido entregue sem identificação, a sua forma particular de expor era bem conhecida, por outro lado em França era um dos matemáticos mais respeitados – todos o conheciam como o responsável pela introdução no país de Cálculo Diferencial, através da obra de l'Hopital, e também como um cartesiano convicto – factos que o levaram a pensar que lhe caberia a honra de receber o dito prémio. Contudo o seu trabalho, *Discours sur les lois de la communication du mouvement* (*Exposição sobre as leis da comunicação do movimento*), foi preterido por um outro que tinha como autor Colin MacLaurin (1698-1748), matemático escocês, professor da universidade de Aberdeen, membro da Royal Society e participante do círculo newtoniano, onde explicitamente se

[111] (WOODHOUSE, 1810).
[112] (BERNOULLI, 1697: 214).



"(…) Entre outros problemas, ou desafios, que os Bernoulli lançam aos matemáticos da época, está, por exemplo, o célebre problema da braquistócrona (…)"

negava a ideia leibniziana da conservação das forças vivas. Uma curiosa aliança entre cartesianos e newtonianos contra a física de Leibniz. E a querela, em termos de discussão académica, estalou quando da apresentação em 1728 à Academia da memória de Dortous de Mairan[113] (1678-1771), intitulada *Dissertation sur l'éstimation et la mesure dês forces motrices dês corps* (*Dissertação sobre o cálculo e a medida das foças motrizes dos corpos*), de clara oposição ao conceito de força viva[114].

Esta relação de João (I) Bernoulli com a Academia de Paris, marcada pela incapacidade de a conseguir conquistar, pelo menos aos seus membros mais destacados, para a correcção dos seus argumentos em favor da *vis viva*, provocou-lhe uma certa amargura. Era a reacção de um homem que, sendo partidário da teoria dos vórtices cartesianos contra o modelo da força de atracção de Newton[115], não compreendia esta aliança espúrea entre a Academia cartesiana e a Royal Society newtoniana contra a dinâmica leibniziana.

Foi na resolução de problemas concretos que se destacaram os irmãos Bernoulli, propondo soluções importantes e descobrindo novos métodos. Também se ficou a dever ao seu ensino, em particular ao de João (I) Bernoulli, a descoberta de Leonardo Euler que apresentou o trabalho completo sobre o problema dos isoperímetros, publicado em 1744 e onde constam dois apêndices, em que se aplicam os métodos matemáticos aí descobertos a dois problemas físicos – a flexão da lâmina elástica e o movimento resultante da aplicação de uma força central. Esta obra fará história no estabelecimento do Princípio da Menor Acção e mostra que será pela via do Cálculo Diferencial e Integral, não por quaisquer considerações ligadas às causas finais de Leibniz, ou outras, que Euler foi lançado nos problemas de máximos e mínimos, em particular nos primeiros passos para a formulação rigorosa desse Princípio... E, curiosa coincidência, foi também no ano de 1744 que Pierre-Louis Moreau de Maupertuis publicitou na Academia de Ciências de Paris uma sua comunicação intitulada *L'accord de différentes lois de la nature qui avaient jusqu'ici paru incompatibles* (*Concordância de diferentes leis da natureza que até agora pareciam incompatíveis*), onde aparece pela primeira vez enunciado o Princípio da Menor Acção e que será exposto no capítulo seguinte.

[113] Jean Jacques d'Ortous de Mairan foi membro da Academia das Ciências de Paris desde 1718. Tendo estudado matemática e Física, publicou em 1733, o *Traité Physique et Historique de l'Aurore Boréale* (*Tratado Físico e Histórica da Aurora Boreal*). Sucedeu a Fontenelle como secretário perpétuo da Academia.

[114] (COSTABEL, 1983: 37).

[115] Em 1730 a Academia das Ciências de Paris atribuiu o prémio à sua memória «Nouveaux Pensées sur le systéme de M. Descartes», enquanto resposta mais adequada à questão que lançara a concurso : «Quelle est la cause de la figure elliptique des orbites des planètes, et pourquoi le grand axe de ces ellipses change de position; ou, ce qui revient au même, pourquoi leur aphélie, ou leur apogée répond successivement à différents points du ciel?».

3.4.SOBRE OS TEXTOS TRADUZIDOS

Como textos antológicos para este capítulo propõe-se três artigos publicados nas *Acta Eruditorum*. O primeiro tem como autor de Leibniz e é respeitante à sua dedução da lei de Snell[116], os outros dois tratam das resoluções do problema da braquistócrona apresentadas pelos irmãos João (I) e Jaime Bernoulli[117].

[116] (LEIBNIZ, 1682: 185-190)
[117] (BERNOULLI, 1697: 206-211) e (BERNOULLI, 1697: 211-217).