1- Resolvido nas aulas

2- Resolvido nas aulas

3- Como não há forças exteriores envolvidas, apesar da explosão, o momento linear do centro linear mantém-se constante.

Portanto, 2s após a explosão a posição do centro de massa será:

$$\vec{r}_{CM}(2) = 5 \times 2 \, \vec{u}_x$$

$$\vec{r}_{CM}(2) = 10 \, \vec{u}_x .$$

Assim, atendendo à equação que dá ~~o centr~~ a posição do centro de massa,

$$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum \vec{r}_i m_i}{\sum m_i} \qquad x_{CM} = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i} \qquad y_{CM} = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i}$$

Vem,

x) $$10 = \frac{0{,}3 \times 20 + 0{,}3 \times 25 + 0{,}3 \times x'_3}{0{,}9}$$

Cada segmento tem $m' = 0{,}3$ kg

y) $$0 = \frac{-0{,}3 \times 20 + 0{,}3 \times 10 + 0{,}3\, y'_3}{0{,}9}$$

x) $9 = 6{,}0 + 7{,}5 + 0{,}3\, x'_3$; $x'_3 = \frac{-4{,}5}{0{,}3} = -15$

y) $0 = -6{,}0 + 3{,}0 + 0{,}3\, y'_3$; $y'_3 = 10$ $\quad r'_3(-15, 10)$

4-

4.1- $x_{CM} = \dfrac{-4\times 2 + 4\times 1 + 8\times 4}{16} = \dfrac{-8+4+32}{16} = 1{,}75$

$y_{CM} = \dfrac{-4\times 2 - 4\times 3 + 8\times 1}{16} = \dfrac{-8-12+8}{16} = -0{,}75$

$\vec{r}_{CM} = 1{,}75\,\hat{\imath} - 0{,}75\,\hat{\jmath}$

4.2 - Pela 2ª lei de Newton

$\vec{a}_1 = \dfrac{\vec{F}_1}{m_1}$; $\vec{a}_2 = \dfrac{\vec{F}_2}{m_2}$; $\vec{a}_3 = \dfrac{\vec{F}_3}{m_3}$

$\vec{a}_1 = \dfrac{-6}{4}\hat{\imath}$; $\vec{a}_2 = \dfrac{14}{4}\hat{\imath}$; $\vec{a}_3 = \dfrac{16}{8}\hat{\jmath}$

$$\vec{a}_{CM} = \frac{m_1\vec{a}_1 + m_2\vec{a}_2 + m_3\vec{a}_3}{m_1+m_2+m_3}$$

$$\vec{a}_{CM} = \frac{-6\,\hat{\imath} + 14\,\hat{\imath} + 16\,\hat{\jmath}}{16}$$

$\vec{a}_{CM} = 0{,}5\,\hat{\imath} + \hat{\jmath}$

4.3-

$\vec{v}_{CM}(t) = \int \vec{a}\,dt = 0{,}5\,t\,\hat{\imath} + t\,\hat{\jmath} + \overset{=0}{\vec{v}_{0CM}}$

$\vec{r}_{CM}(t) = \int \vec{v}\,dt = 0{,}25\,t^2\,\hat{\imath} + 0{,}5\,t^2\,\hat{\jmath} + 1{,}75\,\hat{\imath} - 0{,}75\,\hat{\jmath}$

$\vec{r}_{(M)}(1) = 2{,}0\,\hat{\imath} - 0{,}25\,\hat{\jmath}$

5 - antes do choque depois do choque

5.1 - Como há conservação do momento linear e da energia cinética vem:

$\vec{P}$

Direcção x) $m v = 0 + 2m v'_{2x}$

Direcção y) $0 = m v'_{1y} + 2m v'_{2y}$

$$\begin{cases} v = 2v'_{2x} \\ v'_{1y} = -2v'_{2y} \end{cases}$$

então após o choque as velocidades das duas esferas são

$$\vec{v}'_1 = -2v'_{2y}\,\hat{j} \qquad\qquad v'^2_1 = 4v'^2_{2y}$$

$$\vec{v}'_2 = \frac{1}{2}v\,\hat{i} + v'_{2y}\,\hat{j} \qquad (A) \qquad v'^2_2 = \frac{1}{4}v^2 + v'^2_{2y}$$

Pela conservação da energia cinética vem

$$\frac{1}{2}m v^2 + 0 = \frac{1}{2}m v'^2_1 + \frac{1}{2}2m v'^2_2$$

$$v^2 = v'^2_1 + 2v'^2_2 \qquad (B)$$

Substituindo (A) em (B) vem

$$v^2 = 4v'^2_{2y} + \frac{1}{2}v^2 + 2v'^2_{2y}$$

$$v^2 = 6v'^2_{2y} + \frac{1}{2}v^2 \ ; \quad \frac{v^2}{2} = 6v'^2_{2y}$$

$$v'^2_{2y} = \frac{v^2}{12} \qquad v'_{2y} = \frac{1}{2}\frac{v}{\sqrt{3}}$$

Voltando às equações (A) vem

$$v'_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}v \ ; \quad v'_2 = \sqrt{\frac{v^2}{4} + \frac{v^2}{12}} = \sqrt{\frac{4v^2}{12}} = \frac{v}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore \ v'_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}v \ ; \ v'_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}v$$

5.2 -

$$tg\,\theta = \frac{v'_{2y}}{v'_{2x}} \qquad \theta = arc\,tg\,\frac{v'_{2y}}{v'_{2x}}$$

$$\theta = arc\,tg\,\frac{\frac{v}{2\sqrt{3}}}{\frac{1}{2}v} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$\theta = 30°$

$$E_{c1}^{i} = \frac{1}{2} m v^2$$

$$E_{c2}^{f} = \frac{1}{2}\cdot 2m \cdot \frac{1}{3} v^2 \qquad \frac{E_{c2}^{f}}{E_{c1}^{i}} = \frac{\frac{1}{3}\cancel{m}\cancel{v^2}}{\frac{1}{2}\cancel{m}\cancel{v^2}}$$

$$\boxed{E_{c2}^{f} = \frac{2}{3} E_{c1}^{i}}$$

6- Feito nas aulas

7- Faz-se da mesma maneira que o 5)

8.1-

A colisão é elástica e o movimento ocorre apenas na direcção xx'. Assim

$$m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B = m_A \vec{v}'_A + m_B \vec{v}'_B$$

$$\frac{1}{2} m_A v_A^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2 = \frac{1}{2} m_A v_A'^2 + \frac{1}{2} m_B v_B'^2$$

sendo o sentido positivo para a direita,

$$6\times 10 + 0 = 6v'_A + 3v'_B$$

$$3\times 300 + 0 = 3v_A'^2 + 1{,}5 v_B'^2$$

$$\begin{cases} 60 = 6v'_A + 3v'_B \\ 300 = 3v_A'^2 + 1{,}5 v_B'^2 \end{cases}$$

$$v'_B = 20 - 2v'_A$$

$$300 = 3v_A'^2 - 1{,}5(400 - 80v'_A + 4v_A'^2)$$

$$9v_A'^2 - 120v'_A + 300 = 0 \rightarrow \begin{cases} \cancel{v'_A = 10} \\ v'_A = 3{,}3 \end{cases}$$

Como $v'_A = 10$ não faz sentido pois obrigaria a outra partícula a ficar parada, escolhemos a solução $v'_A = 3{,}3$ m/s, donde $v'_B = 20 - 6{,}6 = 13{,}4$ m/s

$\vec{v}'_A = 3.3\,\vec{u}_x$

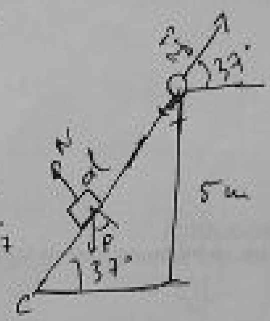
$\vec{v}'_B = 13.4\,\vec{u}_x$

8.2- A esfera B chega a C com velocidade 13,4 m/s, pois no troço horizontal não há atrito.
Para atingir o topo do plano a sua variação de energia mecânica tem de, pelo menos ser igual ao trabalho das forças de atrito, isto é,

$$\frac{1}{2} m v^2 - m g h \geqslant W_{Fa}$$ → Condição para chegar ao topo

Logo $\Delta E_M = 1,5 \times (13,4)^2 - 3 \times 9,8 \times 5 = 122,34$ J

O trabalho das forças de atrito é



$$W_{Fa} = F_a \, d$$

$$d = \frac{5}{\text{sen}37}$$

$$F_a = \mu N$$

$$F_a = 0.3 \cdot 3 \cdot 9,8 \cdot \text{sen}37 = 7,0 \text{ N}$$

$$N = mg \, \text{sen}37$$

$$W_{Fa} = 7.0 \times \frac{5}{\text{sen}37} = 58,1 \text{ J}$$

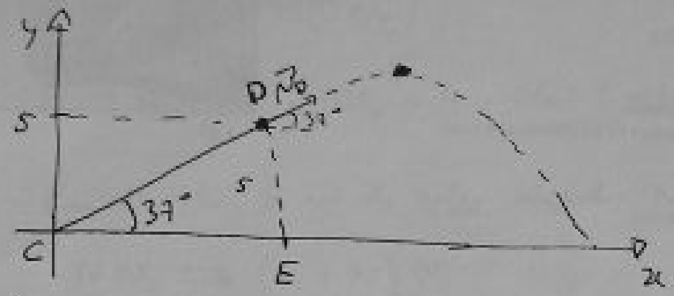
Como a variação de energia mecânica é maior que o trabalho da força de atrito, o corpo B atinge o topo.

8.3- $E_{cD} = E_{cA} - (mgh + W_{Fa})$

$E_{cD} = 64,24$ J $\qquad \frac{1}{2} m_B v_D^2 = 64,24$

$$v_D^2 = \frac{64,24}{1,5} \; ; \; v_D = 6,5 \text{ m/s}$$

8.4- $|\vec{v}_D| = 6.5\,m/s$



É um problema típico de movimento dos projécteis tratado anteriormente.

9- É como se fosse uma colisão de um corpo parado (carrinho) com outro com velocidade v_0 (bolas) ficando depois da colisão os corpos ligados. assim, considerando o sentido positivo o do movimento das bolas temos.

$$\overbrace{m_1 v_1}^{\text{carro}} + \overbrace{m_2 v_2}^{\text{bolas}} = \overbrace{(m_1 + m_2)\, v'}^{\text{carro + bolas}}$$

$N \times 1 =$ massa das bolas

$$0 + N \times v_0 = (9+N)\, v'$$

$$N v_0 = (9+N)\frac{v_0}{2}$$

$$N\left(v_0 - \frac{v_0}{2}\right) = \frac{9}{2} v_0 \quad ; \quad N\frac{v_0}{2} = \frac{9}{2} v_0$$

$$N = \frac{18}{2} = \underline{\underline{9}}$$

9.2 $E_c = \frac{1}{2}(\cancel{9}+9)\left(v_0/2\right)^2$

$$9 = 9\,\frac{v_0^2}{4} \;;\; v_0^2 = 4 \;;\; \underline{v_0 = 2\,m/s}$$

9.3 - Considerando o nº de bolas atirado N

$$N v_0 = (9+N)\,v'$$

$$v' = \frac{N}{9+N}\,v_0$$

~~donde~~ sendo v' a velocidade do carrinho em função do nº de bolas com que é atingido, vê-se se ~~massa~~ N for mto grande

$$\frac{N}{9+N} \simeq 1 \;,\; \text{logo}\; \underline{\underline{v' \to v_0}}$$

Dinâmica de rotação

10- Resolvido nas aulas

11-