Universidade de Évora
Departamento de Física
Física I (Biologia)

2- PÊNDULO GRAVÍTICO SIMPLES

A- Objectivos

- Verificar experimentalmente as leis do pêndulo;

- Verificar experimentalmente a relação do período com as variáveis de que depende

B – Introdução

O pêndulo simples é um sistema mecânico caracterizado por uma massa pontual, *m*, suspensa de um fio inextensível de massa desprezável, preso num ponto fixo.

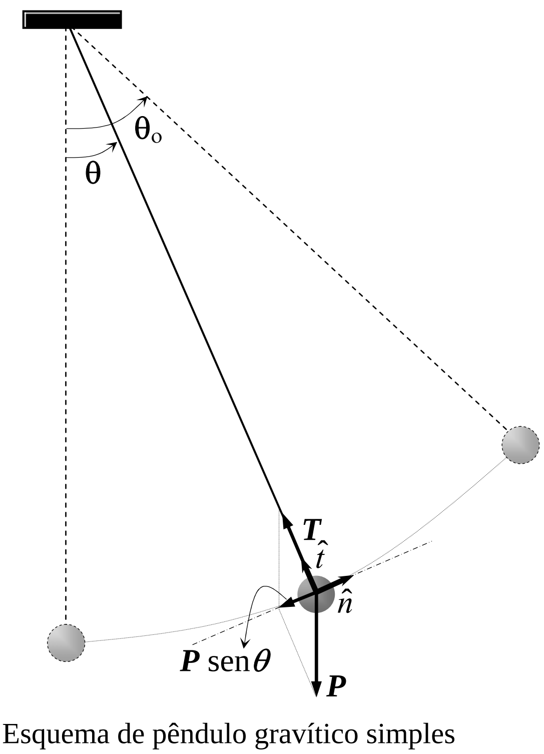

Fig. 1- Esquema de pêndulo gravítico simples

Se a partícula de massa m que constitui o pêndulo for afastada da sua posição de equilíbrio, $\theta = 0º$, e largada numa posição que faça um ângulo θ_0 com a vertical, ela passará a oscilar em torno da posição de equilíbrio, numa trajectória que é um arco de circunferência de raio igual ao comprimento do fio (ℓ).

O seu movimento, rege-se pela lei de Newton:

$$\vec{P} + \vec{T} = m\,\vec{a}$$

Considerando as direcções normal ($\hat{n}$) e tangencial ($\hat{t}$), ver figura 2.1, podemos representar estes vectores nessas direcções, então vem:

a) Segundo $\hat{n}$:

$$T - P\cos\theta = m\frac{v^2}{\ell}$$

em que v^2 / ℓ é a aceleração normal.

b) segundo $\hat{t}$:

$$-P\,\mathrm{sen}\,\theta = m\frac{dv}{dt} \qquad (2.1)$$

em que *dv/dt* é o módulo da aceleração tangencial. Atendendo a que $P = mg$, vem,

$$\frac{dv}{dt} = -g\,\mathrm{sen}\,\theta\,. \qquad (2.2)$$

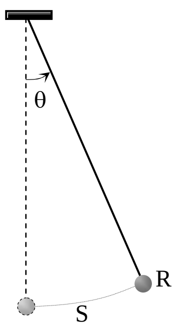

Fig. 2

Da figura 2.2 observa-se que, quando a partícula se encontra na posição **R** descreveu um arco **S,** a que corresponde um ângulo θ.

O valor da velocidade da partícula é dado por,

$$v = \frac{ds}{dt} \qquad (2.3)$$

mas como $s = \ell\theta$, a equação (2.3) pode tomar a forma,

$$v = \ell \frac{d\theta}{dt} \tag{2.4}$$

e

$$\frac{dv}{dt} = \ell \frac{d^2\theta}{dt^2} \tag{2.5}$$

de (2.2) e (2.5) vem,

$$\ell \frac{d^2\theta}{dt^2} + g \operatorname{sen}\theta = 0 \tag{2.6}$$

Desenvolvendo senθ, em série de Taylor,

$$\operatorname{sen}\theta = \theta - \frac{1}{3!}\theta^3 + \frac{1}{5!}\theta^5 - \cdots$$

Desta última equação vê-se que para θ<<1rad tem-se que sen$\theta \approx \theta$. Nessas condições, a equação (2.6) pode escrever-se,

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{\ell}\theta = 0\,; \tag{2.7}$$

equação diferencial que admite como solução,

$$\theta = \theta_0 \operatorname{sen}(\omega t + \alpha)\,, \tag{2.8}$$

que é a equação de um movimento harmónico simples, em que θ_o é a amplitude do movimento, α a fase na origem e ω a frequência angular de valor $\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$.

Como se sabe, $\omega = \frac{2\pi}{T}$, pelo que vem,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \tag{2.9}$$

Conclusões

A equação (2.9) relaciona o período de oscilação do pêndulo simples, para pequenas oscilação (θ_0<15^o), com as variáveis de que depende. Entende-se por período o tempo que decorre entre duas passagens consecutivas do pêndulo, no mesmo sentido, sobre uma posição da sua trajectória. Da análise desta equação, podem retirar-se algumas conclusões:

- *As pequenas oscilações são isócronas*, isto é, qualquer que seja a posição em que o pêndulo seja abandonado, dentro das condições impostas (θ_0<15^o), o seu período de oscilação é o mesmo;

- *O período de oscilação não depende da massa*. Como se pode observar da equação 9, o período apenas depende do comprimento do pêndulo, ℓ, e da aceleração da gravidade local, g.

Estas duas conclusões fazem parte de um conjunto de três leis, conhecidas por leis do pêndulo. A lei que falta diz-nos que *o pêndulo ao oscilar, fá-lo sempre no mesmo plano*.

C- Realização experimental

1. Verificar experimentalmente que as pequenas oscilações são isócronas.

2. Verificar experimentalmente a relação do período com o comprimento do pêndulo e comparar os valores obtidos com os esperados através da equação (2.9).