
4- SISTEMA DE PARTÍCULAS E DINÂMICA DE ROTAÇÃO

A- Sistema de partículas

1. O objecto representado na figura 1 é feito de um material homogéneo e de espessura constante. Determine a posição do seu centro de massa.
2. O homem de massa 50kg da figura 2 encontra-se na extremidade de um barco de 3.6m de comprimento e 40 kg de massa. A extremidade do barco mais próxima da margem está a 2.4m desta. A certa altura o homem resolve deslocar-se para a extremidade do barco que está mais próxima da margem. Determinar:
 - 2.1. A posição do centro de massa, em relação à margem, quando o homem está parado.
 - 2.2. A distância que separa o barco da margem depois do homem se dirigir para a extremidade do barco mais próxima da margem.

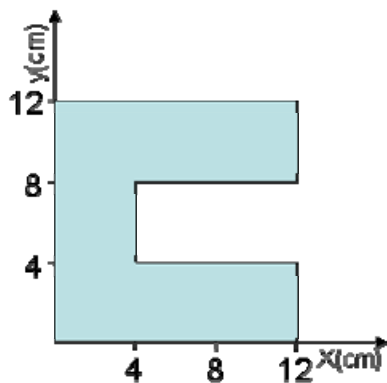


Fig. 1

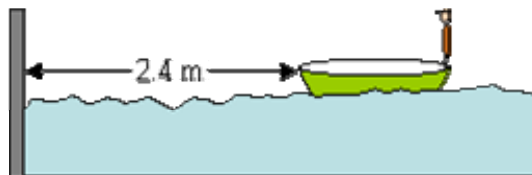


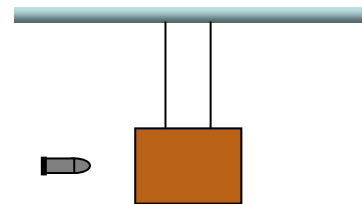
Fig. 2

3. Um projectil de massa 900g desloca-se à velocidade de $5\mathbf{u}_x$ m/s no instante em que explode, dividindo-se em três fragmentos de massas iguais. Dois segundos após a explosão, dois dos fragmentos ocupam as posições (20, -20) m e (25,10) m relativamente à posição onde a explosão ocorreu. Determinar a posição do terceiro fragmento nesse instante.
4. Considerar um sistema formado por três partículas de massas $m_1 = 4$ kg, $m_2 = 4$ kg e $m_3 = 8$ kg. Num dado instante os vectores posição de cada partícula e as forças que actuam sobre cada uma delas são dados por,
$$\vec{r}_1 = -2\mathbf{i} - 2\mathbf{j} \text{ (m)}; \quad \vec{F}_1 = -6\mathbf{i} \text{ (N)}$$
$$\vec{r}_2 = \mathbf{i} - 3\mathbf{j} \text{ (m)}; \quad \vec{F}_2 = 14\mathbf{i} \text{ (N)}$$
$$\vec{r}_3 = 4\mathbf{i} + \mathbf{j} \text{ (m)}; \quad \vec{F}_3 = 16\mathbf{j} \text{ (N)}$$
 - 4.1. Determinar a posição do centro de massa nesse instante
 - 4.2. Qual a aceleração do centro de massa do sistema ?

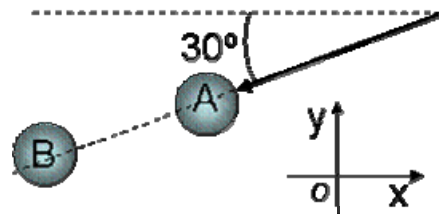
4.3. No instante considerado o sistema está em repouso. Determinar a posição do centro de massa do sistema 1 s depois.

5. Uma partícula de massa m move-se horizontalmente com velocidade de valor v , quando choca com outra partícula de massa $2m$, em repouso. A primeira partícula sofre um desvio de 90° da direcção inicial. Sabendo que a colisão é perfeitamente elástica, determine:
- 5.1. O valor das velocidades das duas partículas em função de v ;
 - 5.2. O ângulo que a direcção do movimento da segunda partícula faz em relação à direcção inicial do movimento;
 - 5.3. A relação entre a energia cinética inicial da primeira partícula e a energia cinética adquirida pela segunda partícula.

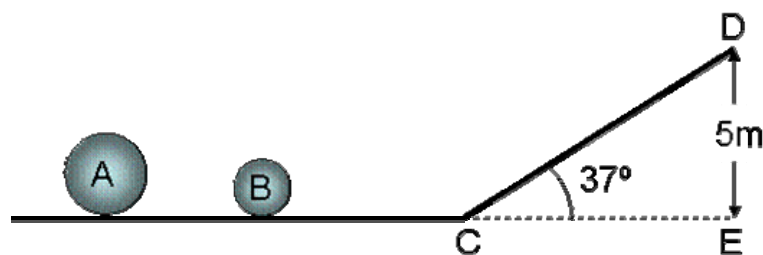
6. Uma bala de massa 50g é disparada horizontalmente. A bala colide com o loco de massa 5kg , que se encontra em repouso, suspenso por dois fios inextensíveis e de massas desprezáveis. Imediatamente após a colisão a bala fica incrustada no bloco e o conjunto sobe a uma altura de 5cm antes de parar. Calcule a velocidade inicial da bala.



7. Uma bola A que se desloca segundo um ângulo de 30° com o eixo dos xx possui uma velocidade de módulo 4 m/s no instante imediatamente antes de chocar com uma bola B que se encontrava parada. Sabendo que a massa da bola B é dupla da da bola A e que a colisão é perfeitamente elástica, determine a velocidade adquirida por cada bola depois do choque.

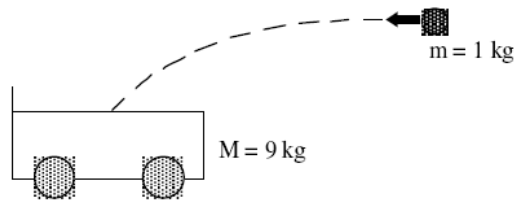


8. A esfera A de massa 6kg , desloca-se com velocidade 10m/s quando colide com a esfera B de massa 3kg e que está em repouso. A colisão é perfeitamente elástica e o atrito na superfície horizontal é desprezável. A esfera B sobe o plano inclinado onde o coeficiente de atrito cinético é 0.30 .



- 8.1. Determine as velocidades da esfera A e B após o choque.
- 8.2. Verifique se a esfera B atinge o topo do plano inclinado
- 8.3. Determine a velocidade da esfera B ao abandonar o plano inclinado
- 8.4. Considerando a origem do referencial o ponto C, determine a posição da esfera quando atinge a altura máxima.

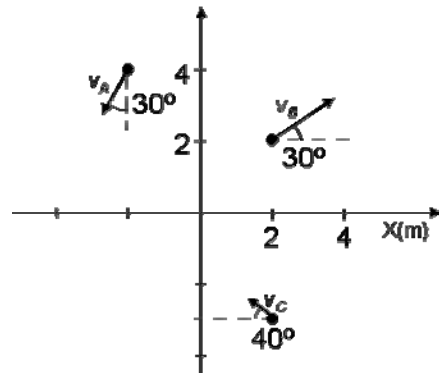
9. Bolas de massa 1 kg são lançadas com velocidade horizontal v_0 para dentro de um carrinho de 9 kg de massa, inicialmente em repouso. A resistência do ar e o atrito dos rolamentos do carrinho são desprezáveis. (Notar que tanto faz lançar as bolas uma de cada vez ou todas juntas).



- 9.1. Quantas bolas conterá o carrinho quando a sua velocidade for $v_0/2$?
 9.2. Determinar v_0 sabendo que a energia cinética do carrinho e das bolas nele contidas na situação descrita na alínea anterior é de 9 J.
 9.3. Se não parasse de atirar bolas para dentro do carrinho, qual seria a sua velocidade limite ?

B- Dinâmica de rotação

10. As partículas A, B e C de massas 5kg, 2kg e 3kg, respectivamente, num dado instante encontram-se nas posições representadas na figura, com velocidades de valor $v_A=2\text{m/s}$, $v_B=3\text{m/s}$ e $v_C=1\text{m/s}$. Determine o momento angular do sistema relativamente:



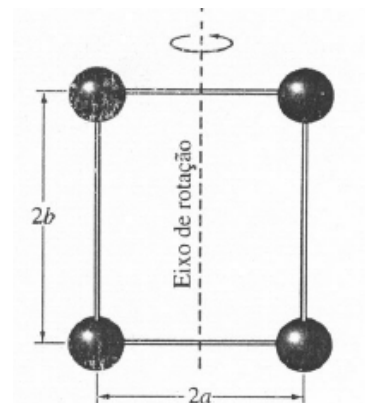
- 10.1. À origem do referencial;
 10.2. Ao centro de massa.

11. Um carrossel começa a rodar e ao fim de 1,0 minutos adquire a velocidade constante de 30 r.p.m. Uma criança encontra-se em pé sobre a plataforma do carrossel à distância de 2 m do eixo de rotação e tem momento angular de $100\pi \text{ kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$.

Determinar o valor:

- 11.1. Do peso da criança;
 11.2. Da força de atrito entre a plataforma e a criança para que esta não deslize, supondo que não tem qualquer outro suporte.

12. Quatro partículas de massas m iguais estão ligadas por hastes (de massa desprezável) formando um retângulo de lados $2a$ e $2b$, como se mostra na figura ao lado.

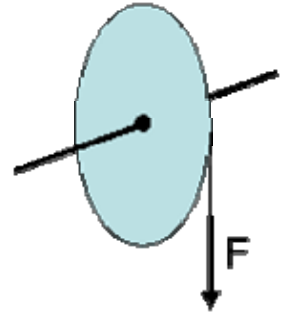


- 12.1. O sistema gira em torno do eixo que está no plano da figura e que passa pelo seu centro. Determine o momento de inércia em relação a este eixo.

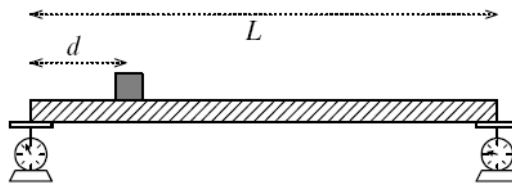
- 12.2. Considere agora que o sistema gira em torno de um outro eixo, paralelo ao da figura mas que passa por duas das partículas.

Determinar o momento de inércia do sistema em relação a este eixo.

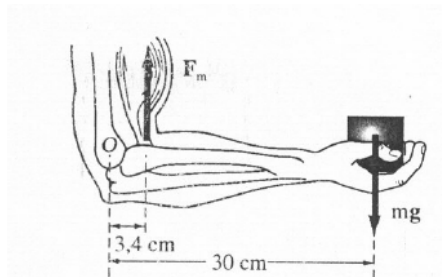
13. Um disco uniforme de raio r e massa 5 kg , no qual está enrolada uma corda, está em repouso, mas pode girar livremente em torno de um eixo horizontal. É exercida uma força de intensidade 20 N sobre a corda e ao fim de 3 s o valor do momento angular do disco é $12\text{ kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$. determine:
- 13.1. O raio do disco;
 - 13.2. O valor da aceleração tangencial para $t = 3\text{ s}$;
 - 13.3. A variação da energia cinética no intervalo de tempo entre $t=0\text{ s}$ e $t=3\text{ s}$.



14. Uma barra metálica homogênea com comprimento $L = 1\text{ m}$ e peso de 19.6 N tem as extremidades apoiadas em duas balanças iguais.



- 14.1. Determinar o valor lido em cada balança.
 - 14.2. Considerar agora que à distância $d = 25\text{ cm}$ da extremidade esquerda da barra se coloca um bloco de massa 3 kg , como mostra a figura. Qual o valor agora lido nas balanças ?
15. Um indivíduo segura na mão um peso de 60 N , mantendo o antebraço e o braço perpendiculares, como mostra a figura abaixo. O músculo flexor do antebraço exerce uma força muscular F_m aplicada a 3.4 cm do ponto axial do cotovelo. A distância entre o peso e o ponto O é de 30 cm . Desprezando os pesos do antebraço e da mão determinar o módulo de F_m



C- Soluções:

1- $\vec{r}_{CM} = 5.4\vec{u}_x + 6\vec{u}_y$ (cm)

2.1- $\vec{r}_{CM} = 5.2\vec{u}_x$ (m)

2.2- 4.4 m

3- $\vec{r}_3 = -452\vec{u}_x + 10\vec{u}_y$ (m)

4.1- $(7/4)\vec{i} + (1/4)\vec{j}$ (m)

4.2- $(1/2)\vec{i} + \vec{j}$ (m/s^2)

4.3- $2\vec{i} + (3/4)\vec{j}$ (m)

5.1- $v_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}v$; $v_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}v$

5.2- 30°

5.3- $E_{C2}^f = \frac{2}{3}E_{C1}^i$

6- 1.01×10^2 (m/s)

7- 1.3 (m/s); 2.7 (m/s)

8.1- $\vec{v}_A = 3.4\vec{u}_x$; $\vec{v}_B = 13.3\vec{u}_x$ (m/s)

8.2- atinge $h=6.8\text{ m}$

8.3- $4.9\vec{u}_x + 3.7\vec{u}_y$

8.4- $8.4\vec{u}_x + 5.7\vec{u}_y$

9.1- 9

9.2- 2 m/s

9.3- v_0

10.1- $32\vec{u}_z$

10.2- $35\vec{u}_z$

11.1- $2.5 \times 10^2\text{ N}$

11.2- $4.9 \times 10^2\text{ N}$

12.1- $I=4ma^2$

12.2- $I=8ma^2$

13.1- 0.2 m

13.2- 8 m/s^2

13.3- $7.2 \times 10^2\text{ J}$

14.1- 9.8 N em cada balança

14.2- esq.: 32 N ; dir.: 17 N

15- 529 N

