

9. EPÍLOGO INCONCLUSIVO

Os capítulos anteriores dão para entender que a história do Princípio da Menor Acção é, no contexto da história da Física dos séculos XVII e XVIII, uma história relativamente marginal que, nas suas linhas gerais, se desenvolveu ao lado dos grandes problemas cuja discussão ocupava os filósofos e os matemáticos dessa época. Esta marginalidade é relativa porque, como se leu nas páginas anteriores, o seu desenvolvimento histórico não esteve de costas voltadas para estes debates, tendo sido influenciado pelas ideias nascidas nestes enfrentamentos filosóficos e matemáticos. O facto de modernamente se colocar a sua génese nos trabalhos de Fermat, justifica-se por duas razões que progressivamente assumiram bastante relevância: primeira, a determinação matemática dos máximos ou mínimos e a relação deste cálculo com a descrição analítica dos traçados geométricos — é aqui que se compreende a intervenção de Fermat e Descartes (e os seus seguidores); segunda, a aplicação deste desenvolvimento matemático à explicação dos fenómenos nos domínios em que a filosofia natural mais apelava a soluções — Óptica (movimento e natureza da luz) e Mecânica (o choque dos corpos, o seu movimento, a causa deste e a sua trajectória no espaço). As ideias de Fermat referentes a esta matéria eram conhecidas e circulavam através da sua correspondência com Descartes e os cartesianos, forma comum de, na época, estabelecer diálogo e manter discussão com outros espíritos intelectualmente curiosos. As cartas e todos os documentos citados em torno do princípio de tempo mínimo foram publicados em 1667 no último volume das obras completas de Descartes (sob a responsabilidade de Clerselier).

Foi já depois da morte de Fermat que surgiram as primeiras agremiações de sábios apoiadas pelos poderes públicos que começavam a perceber a necessidade de organizar os conhecimentos úteis e de quem sobre eles se ocupasse. Foram estas instituições, as academias, que tomaram em mãos a organização da imprensa de difusão e discussão das ideias científicas e filosóficas; ler esses jornais era estar informado sobre o que se pensava em relação aos problemas da construção matemática e de interpretação da natureza. Foi no *Journal des Savants*, nos *Philosophical Transactions* e nas *Acta Eruditorum*, também nas edições anuais das Memórias Académicas, que passaram a circular a grande maioria das novas contribuições de matemática e filosofia natural.

Embora sem aceitação, e activamente combatido, no período em que foi concebido, o princípio de mínimo de Fermat foi conservado na memória dos matemáticos e foi sempre lembrado em situações onde os problemas de estacionaridade estavam em causa — foi aqui que entraram em cena Leibniz, os irmãos Bernoulli e a sua escola. Mas, na época,

os caminhos da filosofia natural eram outros: com Descartes, Huyghens e Leibniz a metafísica dos fundamentos da física residia na ideia de conservação, por outras palavras, pela própria natureza da criação do mundo (do universo) assumia-se que existia uma grandeza que se considerava imutável ou que se conservava. O estudo do choque dos corpos fora feito com base na conservação da quantidade de movimento e da *vis viva* e os resultados alcançados eram condizentes com a observação. O princípio de Fermat estava afastado da ideia de conservação, à partida nada teria a ver com ela, contudo Leibniz (um adepto da invariância), enquanto criador do cálculo diferencial, instrumento analítico decisivo nos problemas de máximos e mínimos, retomou a ideia de Fermat (não de um tempo mínimo, mas de uma outra grandeza com o comportamento de extremo, o «caminho mais fácil») e aplicou-a ao mesmo problema da óptica, o trajecto dos raios luminosos na refacção. Neste problema, a diferença entre Fermat e Leibniz estava no facto de o primeiro não emitir qualquer conjectura sobre a sua natureza, enquanto que o segundo não se eximiu a comentar positivamente o uso de um princípio que, apelando às «causas finais», contribuía para a resolução dos problemas da Física. O que seria o mesmo de procurar o “grande princípio” que regiria o comportamento e funcionamento da Natureza.

Para Leibniz, a necessidade de conservação era suscitada pela necessidade metafísica da existência de uma inteligência colocada acima do universo e que correspondia à vontade de um ser superior em manter um mundo harmonioso, ordenado e perfeito. A conservação era esse atributo de intervenção da «vontade de Deus» que também se podia exprimir através de outras propriedades, por exemplo, o «mínimo de uma grandeza»; a natureza actuava numa estratégia de «economia». No pensamento de Leibniz não havia contradição entre a defesa da conservação e a existência de máximo ou mínimo, ambas eram formas de exprimir essa harmonia pré-estabelecida no comportamento do mundo natural. Leibniz sustentou esta questão, aplicação de um princípio de mínimo, ou de natureza teleológica, apelando às «causas finais», a problemas de mecânica; a própria conservação corresponde, no essencial, a que a variação da grandeza conservada seja um mínimo ou máximo (zero). Todavia o problema não foi por ele aprofundado, esquece-se aqui, propositamente, a carta exibida posteriormente por Koenig.

Parecia que a ideia de um princípio de mínimo (ou máximo) ia desaparecer das preocupações dos matemáticos e filósofos. Além Mancha, Newton com a exposição dos seus *Principia* construiu toda a Mecânica assente no conceito de força — que incluía uma força à distância actuando no vazio — e dele derivou as equações de movimento. No escólio da sua terceira lei, mostrou como a utilização desta é equivalente, nos choques de corpos, ao uso da conservação ou como se chega aos mesmos resultados prescindindo desse pressuposto filosófico e aceitando unicamente a lei da «acção e reacção». Em Newton, e todos os seus discípulos, a conservação estava perfeitamente alijada dos seus pressupostos de entendimento do funcionamento do Universo. A sua observação do mundo celeste e a compreensão da existência de perturbações nos movimentos dos

astros, e que no essencial mantêm sempre as mesmas equações de movimento, faziam com que admitisse que havia continuamente (quando era necessário) uma intervenção do criador (a acção do «relojeiro» na manutenção do movimento do relógio universal). A intervenção dessa inteligência colocada acima do universo não se fazia só no início, mas acontecia quando era necessário, *per omnia saecula saeculorum*, aliás era da sua natureza que essa intervenção pudesse ser permanente. As ideias de Newton afastaram do cerne da discussão a necessidade de um princípio teleológico na intervenção do funcionamento do mundo natural. O conceito de força, a sua natureza, a necessidade de uma força gravítica para explicar com êxito o movimento dos astros, e a sua acção no espaço vazio, concitaram a atenção dos filósofos e matemáticos, o que foi atestado por manifestações diversas. Não havia lugar para um princípio de «acção» mínima ou qualquer coisa equivalente.

O sucesso do Cálculo Integral e Diferencial, descoberto por Newton e Leibniz mas desenvolvido sobretudo por este último, de que a geometria de Fermat fora um primeiro ensaio, foi um instrumento analítico precioso para o tratamento de problemas geométricos e físicos, em particular da mecânica. O novo cálculo, através das páginas do jornal científico-filosófico lançado por Leibniz, as *Acta eruditorum*, deu-se a conhecer com a possibilidade de resolver muitos e novos problemas relacionados com os extremos de funções. Os irmãos Bernoulli (Jaime e João (I)), mais ouvidos no continente do que em Inglaterra, contribuem, pelos desafios lançados à comunidade dos geómetras europeus e através de soluções engenhosas assentes no novo cálculo, para a resolução de diversos problemas físicos. É esta a via que, sem grandes sinuosidades, conduziu ao cálculo das variações, a base matemática para a aplicação do Princípio da Menor Acção. Neste percurso a memória de Fermat, com o seu princípio, foi sendo sucessivamente reavivada. Foi a Leonardo Euler, formado na escola dos irmão Bernoulli, continuador e aperfeiçoador dos seus métodos, que coube a glória de publicar um trabalho onde matematicamente se provou que, em determinadas condições, existia uma função que, obedecendo a uma condição de extremo, permitia concluir sobre as equações de movimento de um corpo quando sujeito à acção de forças conhecidas. Euler concluiu pela existência das condições matemáticas daquilo que poderia vir a ser um princípio de mínimo a ser utilizado na solução de muitos problemas de mecânica. Este enunciado resultou de uma dedução matemática sem se estribar em pressupostos decorrentes das causas finais de Leibniz.

Mas a história da Mecânica caminhava por outros trilhos. A obra publicada por Newton inspirava um novo programa de trabalhos para a mecânica e astronomia. A questão da força, a transmissão da sua acção, em particular a atracção entre massas à distância e no vazio, ou a conservação do momento linear e da *vis viva* (a sua intervenção nas leis dos choques), obrigou a que se questionasse as diferentes formulações do movimento e das suas causas. São os próprios newtonianos aquém Mancha, na adopção da nova filosofia natural, que vão manifestar reservas sobre alguns dos conceitos enunciados nos *Principia* e construir alternativas permeáveis a ideias da dinâmica leibniziana. Aspectos

diversos da nascente formulação da mecânica dos meios contínuos (a hidrodinâmica e a elasticidade) puseram à prova a matemática do novo cálculo. Também os enunciados do Livro III dos *Principia* — O Sistema do Mundo — levantavam vários problemas sobre o movimento e algumas características dos astros, a sua Proposição XVIII (os eixos dos planetas são menores que os diâmetros que lhes são perpendiculares) atraiu a atenção dos astrónomos e matemáticos. Os prémios lançados pelas novas academias de ciências, já no século XVIII, traduzem bem as áreas de conhecimento com que se preocupavam estas instituições, a título de exemplo: a estabilidade dos navios e a altura dos mastros; sobre problemas das bússolas; as perturbações com que o movimento dos planetas pode afectar o movimento da Terra. O prémio de 1733 lançado a concurso pela Academia de Paris versava sobre o tema, «Da melhor forma de medir o trajecto de um navio, independentemente das observações astronómicas»³⁸⁹, foi atribuído a Giovanni Poleni (1683-1761), professor da Universidade de Pádua e mostrava como a determinação da forma da Terra era um problema para o qual os académicos procuravam a solução.

Foi a Academia de Ciências de Paris, estrutura fortemente hierarquizada, com um corpo de jovens investigadores organizado e ambicioso nas suas pretensões de trabalho científico, que tomou em mãos um amplo programa de observações para determinação do comprimento do arco de meridiano terrestre em latitudes diferentes, confirmando, ou não, as deduções teóricas que Newton apresentara no Livro III. Este é um problema importante que absorveu o espírito dos grandes géometras europeus. Daquilo que se pode considerar como o «programa geodésico» desta academia ou a medição do meridiano, emergiu uma consequência para esta instituição, e para a quase totalidade do mundo académico, a adopção quase plena das teses dos *Principia* ou a vitória da física newtoniana sobre a física cartesiana. Apesar desta vitória, os trabalhos dos géometras na Mecânica Racional centraram-se sobre duas linhas de desenvolvimento: a primeira, a construção do edifício newtoniano feita à luz do novo cálculo, assumindo a força como conceito fundamental dos alicerces deste edifício; a segunda, o questionamento deste fundamento ou a construção de uma axiomática que prescindisse desse conceito. Duas linhas que se expressaram, respectivamente, na *Mecânica* de Euler e no *Tratado da Dinâmica* de d'Alembert.

Na tentativa de resolver o problema geodésico do meridiano terrestre ou de alcançar a comprovação da tese de Newton sobre a forma dos planetas, sobressaiu, na actividade da Academia de Paris, a acção de um jovem matemático, Maupertuis, que era o principal entusiasta deste programa de acção. Pela sua acção dentro da própria academia, pela influência que exercia nos jovens matemáticos e ainda pela sua projecção na opinião culta dos salões literários parisienses, este académico, que se movimentava com destreza no eixo Basileia (Bernoulli-Leibniz)-Londres (Newton e seus seguidores), consagrou-se

³⁸⁹ (MAINDRON, 1881: 17).

como a grande figura do «achatamento da terra». Sem uma obra matemática da dimensão de alguns dos seus acompanhantes nos trabalhos da expedição ao Ártico, conquistou os louros desta proeza, o que o habilitou a voos mais altos: alargamento da sua rede de influência no meio académico e o convite para a presidência da academia de Berlim, lugar que veio a ocupar.

O problema das causas finais ou o enunciado de um princípio teleológico que permitisse concluir sobre o estudo do movimento na natureza parecia continuar longe das preocupações dos geómetras. Apesar da grande maioria dos matemáticos se distanciar destas conjecturas, Euler, como já se escreveu, encontrou um método que lhe permitiu determinar o extremo de determinadas funções que, aplicadas à resolução de vários problemas mecânicos, permitiram entrever o mínimo de uma grandeza, mas não avançou com qualquer enunciado; a sua preocupação era, pode dizer-se, de aplicação prática de resultados matemáticos. Foi Maupertuis, num trajecto solitário e marginal, em relação às preocupações dominantes dos matemáticos e filósofos, na esteira de uma certa permeabilidade leibniziana aceite pela suas ideias newtonianas (a exemplo dos seus correligionários newtonianos do continente que tentavam perceber o porquê de uma força atractiva à distância), que empreendeu um programa de trabalho onde procurava harmonizar a «natureza» e a «razão»: um princípio geral donde se podiam deduzir as leis da Óptica e da Mecânica e que se traduzia no comportamento de extremo de uma «nova» grandeza. Era a tentativa de filosoficamente temperar a acção do «relojeiro» de Newton com regras para acertar o próprio relógio. Sob o ponto de vista de construção teórica, o Princípio da Menor Acção enunciado por Maupertuis estava deficientemente formulado, embora, sob o ponto de vista matemático, Euler tivesse resolvido correctamente a possibilidade da sua aplicação, sem a generalidade necessária para o mostrar como princípio básico do entendimento do funcionamento da natureza.

Maupertuis e Euler conviveram e colaboraram sob a égide da Academia de Berlim e desta colaboração beneficiou o Princípio da Menor Acção. Fisicamente este princípio não se mostrava útil no tratamento geral dos problemas e estava prisioneiro de uma matemática que ainda não encontrara o método que o transformasse num princípio geral. De qualquer modo, embora constituísse um caminho aberto e com raízes reconhecidas, em parte na conservação da *vis viva* e no cálculo de *extremos*, os matemáticos continuavam a não se sentir atraídos por este problema. Euler, contribuindo para o seu aperfeiçoamento matemático, não se empenhou na sua formulação em termos gerais e Maupertuis deixou-o afogar nas suas interpretações metafísicas. O seu criador entendeu o Princípio da Menor Acção como uma manifestação da existência de um ser superior que, através deste princípio matemático, revelava a forma superior de inteligentemente governar a natureza (poupando na sua acção). Uma matemática incompleta e uma contaminação metafísica ainda muito forte marcaram negativamente o Princípio da Menor Acção.

Apesar de não ignorado, constava nas memórias académicas e constituía tema em diversas entradas na *Enciclopédia* de Diderot e D'Alembert, o Princípio da Menor Acção continuava a ser olhado como um tema marginal para o desenvolvimento da Mecânica em geral e, sob o ponto de vista filosófico, era absolutamente ignorado. O facto de, ao nível do seu enunciado, ter sido o cerne de uma querela académica de contornos mais ideológico-políticos do que científicos, também não contribuiu positivamente para o seu interesse como tema de reflexão científica. Mais uma vez, tal como já acontecera com Euler, foi a pesquisa matemática a determinar a importância e o futuro do Princípio da Menor Acção. Foi um matemático isolado, afastado dos centros de discussão académica, que pegou no problema. Em contacto com Euler, assente na investigação que este fizera sobre as figuras de igual perímetro, Lagrange aprofundou e completou este tema, criando aquilo que foi denominado como o cálculo das variações, o que lhe permitiu, na posse deste instrumento matemático, mostrar que o enunciado do Princípio da Menor Acção conduzia à solução dos problemas da mecânica. Lagrange, através da sua investigação matemática, ausente de quaisquer considerações metafísicas, mostrou a correcção, enquanto princípio fundacional, do Princípio da Menor Acção. Todavia esta via de desenvolvimento da Mecânica continuava a não estar na mira dos géometras seus contemporâneos. E Lagrange, que fora o grande obreiro desta vitória, vai sucumbir a estas influências: acabará por erigir, no seu tratado de mecânica racional, como grandes princípios desta disciplina aqueles que foram enunciados por d'Alembert, retirando ao Princípio da Menor Acção o seu carácter fundacional na formulação da mecânica. Foi uma vitória de Pirro que marcou o fim da história que aqui se conta...

Um fim provisório, na medida em que o Princípio da Menor Acção vai ser retomado pelos trabalhos de Hamilton e Jacobi como o grande princípio da Física e assumirá, em particular, um protagonismo fundamental na Mecânica Quântica e na nova Física já nascida no século XX. Hamilton, num seu trabalho de 1833, defendia que o Princípio da Menor Acção era o «axioma mais importante e mais geral» que se pode indutivamente obter para os domínios da Óptica e da Mecânica e, tal como escreverá, foi dele que deduziu o seu Princípio de Acção Estacionária, mais conhecido como Princípio de Hamilton:

«Assim, a partir desta lei [Princípio da Menor Acção] (...) deduzi (há muito) um outro princípio, (...) que, por analogia, pode ser designado como o Princípio de Acção Estacionária, e que parece oferecer naturalmente um método tal como aquele que procuramos. A primeira é a última lei, o último passo, que se encontra no percurso ascendente de indução (...); enquanto que a outra lei [a segunda] pode ser considerada como a primeira que se encontra no percurso descendente da dedução (...) e o meu objectivo neste artigo é ilustrar e mostrar algumas consequência da relação entre estas duas leis (...)»³⁹⁰.

³⁹⁰ (HAMILTON, 1833: 801).

Por outras palavras o Princípio da Menor Acção é considerado por Hamilton como o axioma mais geral que se pode obter, por via indutiva, a partir dos fenómenos observáveis, enquanto o seu Princípio de Acção Estacionária é um prolongamento dedutivo, matemático, que se pode extrair do Princípio da Menor Acção. No novo enunciado de Hamilton, a energia total não tem que ser constante e, de entre as várias deslocações possíveis realizadas no mesmo intervalo de tempo, a «acção» também é um mínimo, só que esta grandeza é definida doutro modo (é o integral da diferença entre a energia cinética e a potencial). Simbolicamente escolheu-se esta citação de William Rowan Hamilton para mostrar que, apesar de se colocar aqui um ponto final nesta dissertação histórica, a história continuou com outros actores, em outros palcos e perante diversos públicos. O Princípio da Menor Acção alcançou um grande sucesso na compreensão de novos domínios da Física, onde a mecânica e a óptica clássicas não podiam ser aplicadas, ao ponto de Planck, já em pleno século XX, ter escrito a citação com que se abriu este trabalho.

Sem a preocupação de sistematizar quaisquer conclusões, o que se pretendeu discutir ao longo destas páginas foi, além das diversas controvérsias que envolveram o Princípio da Menor Acção, a sua natureza filosófica, em particular a sua raiz metafísica, e, sobretudo, o percurso histórico das ideias que o conduziram à plena afirmação deste princípio com Lagrange. É uma narrativa onde se cruzam a História, a Filosofia, a Matemática e a Física, procurando entender-se onexo histórico e conceptual no cadinho da atmosfera do pensamento da época, tendo sempre presente as relações académicas e pessoais de todas as personagens que, nos séculos XVII e XVIII, contribuíram para que o Princípio da Menor Acção de, inicialmente, marginal e desprezado, passasse, finalmente, a vencedor e universalmente aceite.

