Teoremas básicos do sucesso escolar

Rui Albuquerque

28 de Junho de 2018

Teoremas básicos do sucesso escolar

Rui Albuquerque

28 de Junho de 2018

Introdução

O insucesso escolar é uma questão premente nalgumas disciplinas de ciências e outras. Certas *cadeiras* contam todos os anos com um rol de reprovações e abandonos, tanto por causa do par dificuldade própria da matéria e insuficiente preparação geral dos alunos que acedem ao Ensino Superior, como por causa do par factores internos das escolas e factores externos, que se conjugam com os primeiros.

Dizer «se os alunos não passam a culpa não é do professor» traduz uma ideia simples, que poderia implicar que «o bom professor leva os alunos a passar». A primeira sobreeleva-se em muitas opiniões distintas, em geral dos docentes, mas não é menos exagerada que a segunda. Não se pretende aqui, todavia, tal discussão. A ideia inicial, desta já longa carta, era apenas enviar uma mensagem de opinião à universidade — que afinal nos prendeu por muitas semanas.

Não procuramos fazer grande análise qualitativa. Muito menos se pretende, no que segue, imiscuir nas responsabilidades académicas dos Conselhos Pedagógicos, desde logo, e das direcções das escolas, os quais deverão ter já realizado a sua própria análise do problema. Traz-se apenas matemática aplicada e um estudo, com chamada de atenção, para algumas situações ideais não percebidas pela generalidade. Pelo menos, era essa a situação do autor antes de o começar. E não conhecendo ele referência para os cálculos que se apresentam, em seguida, pede-se a necessária tolerância crítica do leitor para o problema estudado, muito mais do que para eventual erro lógico.

Podendo este exercício representar desvios da realidade e, de facto, usar uma versão depurada da mesma, mesmo na falta de consenso sobre as suas deduções tem já por certo o autor não sentir desperdiçado o seu tempo.

Deixando de lado as «culpas» pelo insucesso, as causas do sucesso escolar, ou não, radicam também nas escolas e nos docentes. Não o assumir, seria pura estultícia, a começar, dos docentes. A Avaliação a uma disciplina é naturalmente feita sobre os indivíduos estudantes. Não se pretende vir a concluir pela necessidade de tomada de decisões colectivas sobre os incapazes. Porém há estatísticas certas: se fizermos um exame de letras na faculdade de mecânica quântica... ou vice versa... Teremos maus resultados, mas ninguém deverá ser menos feliz por isso. Ou seja, as capacidades e formação dos alunos não são só individuais, mas sim o resultado do meio, do percurso e das políticas educativas vividas pelos estudantes. E estas são determinadas por todos.

As necessidades formativas para o exercício de uma profissão podem ser muito objectivas, mas nenhuma deve sobrepôr-se à força da vontade humana. Nenhuma disciplina deve constituir-se em si mesma como a prova única e final, o crivo, de um curso. Mas tal parece estar a acontecer...

Tentaremos demonstrar de imediato, com um modelo matemático formal, que as universidades têm responsabilidades acrescidas com a Avaliação dos seus alunos *no seu todo*, mais ainda do que alguns parecem supôr.

Princípio da análise

É dada uma unidade curricular qualquer de um qualquer curso.

Seja x = taxa de sucesso dos inscritos = TSI. Trata-se daquele valor que se lê, sobre uma dada cadeira, nos *sistemas de informação integrada*[1] que são, hoje em dia, geralmente disponibilizados pelos serviços académicos das universidades. Escusamos de apresentar a notação com 'percentagens'. Ou seja, temos sempre $0 \leq x \leq 1$. x é a fracção dos alunos todos que têm sucesso, i.e. *passam* na dada cadeira inscritos num qualquer ano de inscrição.

Vamos admitir que x é o mesmo todos os anos, o que é aparentemente plausível numa dada época. Por *época* entendemos uma sucessão de anos letivos consecutivos, em que os anos são praticamente iguais uns aos outros. Iguais no sentido das diferentes proveniências sociais dos alunos, da sua formação inicial, das suas capacidades, etc. Em particular *é* sempre o mesmo o número de novos alunos por ano inscritos na dada cadeira. Na dada época

[1] SIIUE, na Universidade de Évora,

assume-se ainda que o meio ambiente é o mesmo, ou seja, que é *muito* igual o contexto social do ensino — aquele que tanto influi sobre o abandono escolar.

Assim, no ano a seguir àquele em que passaram x de 1, passam mais x de $1-x$, ou seja, $x(1-x)$. Já passaram um total fracção $x+x(1-x)$. No terceiro ano, passam mais $x(1-x-x(1-x))$. E assim por diante... até ao infinito, o que é manifestamente impossível por infinitas razões! Afinal, só há uma forma de passarem todos num *continuum* de alunos: $x=1$. Ou seja, todos passarem no 1º ano. Se fosse $x<1$, em nenhum ano daquela sucessão seriam bem sucedidos a totalidade dos alunos que faltam. Esta é portanto uma visão irrealista (e o erro mais trivial entre os muitos que se poderão seguir[2]). Porém tem a vantagem de nos mostrar que x deve ser alto para haver sucesso em pouco tempo — o que será o nosso mais elevado princípio.

Tentaremos descrever melhor a realidade... pugnando com isenção por atingir o mais alto sucesso, sendo a unidade 1 também erradamente esperada, como veremos.

A TSI, x, é uma fracção, soma de sucessos bem descrimináveis de inscritos pela 1ª vez, pela 2ª vez, pela 3ª vez, etc, a dividir pelo número total de inscritos. As diferentes componentes não são apontadas nos sistemas de informação integrada[3], o que está muito bem de momento. Tão pouco sabemos, ainda que fosse fácil determinar, os denominadores das taxas de sucesso por ano de repetição, ou seja, os inscritos à cadeira em questão pela n-ésima vez.

É claro que, se um docente ou cadeira aprova em poucos anos os seus alunos todos, o que é desejável, as componentes da TSI de cada ano devem aumentar bastante dos '1ª vez' para os '2ª vez' e dos '2ª vez' para os '3ª vez', etc, porque os alunos aprendem e melhoram e, mais importante para o modelo, os alunos passam!

Mas se uma cadeira tem uma x=TSI baixa durante uma dada época,

[2]Como Bento de Jesus Caraça, erros que não tememos cometer, mesmo na matemática aplicada, se estivermos sempre prontos a emendá-los; sempre, ou seja, tanto de forma constante e imediata como a longo prazo.

[3]Pelo menos, por hora, nos SII da Universidade de Évora.

isso significa que os alunos levam todos em conjunto muitos anos, digamos N, para obter o aproveitamento. E se passam poucos alunos por ano, então pergunta-se: será que podemos linearizar, com alguma segurança, as N i-ésimas TSIs todas iguais a x?

Sejam I_i os inscritos pela i-ésima vez e S_i os que têm sucesso de entre estes. Será que $x = (\sum_{i=1} S_i)/(\sum_{i=1} I_i)$ é igual S_1/I_1? Não.

Factores internos e factores externos

Seja, por definição, $2y = \tilde{S}_1/I_1$ onde $\tilde{S}_1$ é um valor de sucesso ideal. Suponhamos $2y \leq 1/2$. Caso contrário, o nosso juízo é de que não há problema escolar, isto é, um docente que veja aprovados mais de metade dos seus alunos inscritos (não é dos alunos avaliados) à 1ª vez, encontra-se livre da frustrante dinâmica do alto insucesso escolar.

Vamos assim admitir que

$$0 \leq y \leq 1/4.$$

Agora, por muito grande que seja N e diferente o professor de ano para ano, os alunos melhoram. A TSI depende muito, é claro, dos alunos. No 1º ano, como dissemos, é definida como $2y$. Conjecturamos então que no 2º ano passa para $3y$, e no 3º ano e maiores a TSI será $4y$. (A experiência que temos, com as cadeiras que lecionamos, mostra que os alunos não melhoram muito mais com 3 ou mais anos de retenção, por muitas e variadas razões. Também o aluno minimamente empenhado e provido dos meios, 'desaparece' da equação com um mínimo de 10 valores na pauta[4]). De qualquer forma, o leitor poderá tomar nota destes pesos, $2y, 3y, 4y$, aproximá-los melhor segundo a sua experiência e modificar as fórmulas em baixo respetivamente de acordo.) Assim, num quadro ideal e só nesse,

$$2y = \tilde{S}_1/I_1, \qquad 3y = \tilde{S}_2/\tilde{I}_2, \qquad 4y = \tilde{S}_i/\tilde{I}_i, \ \forall i \geq 3.$$

[4] Esta é outra vertente do problema, que o nosso estudo de momento não alcança: poderemos passar não de $2y$ para $3y$ mas sim para e.g. $y/3$ se afinal os alunos que não passaram têm muitíssimos piores conhecimentos e condições e logo piores aproveitamentos...

Sublinhe-se que estes são valores ideais, que contestam a realidade. y incorpora os esforços e contributos imprescindíveis dos alunos e da escola, no seu todo, para o sucesso. São todos os factores *internos*. Se melhorarmos o meio académico e o conjunto dos docentes ou se se baixar a dificuldade na avaliação, teremos, sem dúvida, y maior.

Analisa-se em seguida o sucesso escolar, o qual influencia os dados anuais.

Vamos admitir que 'desaparecem' uns tantos alunos por ano. Ou seja, uma fracção constante abandona por ano a cadeira, por razões *externas*, totalmente alheias à academia (há baixa de um aluno, por exemplo, devida a mudança de curso ou universidade, situação económica, ou outros). Permanece inscrita à cadeira a fracção q. É perfeitamente legítimo assumir tal *constância*, na dada época, pois as razões da perda são as exteriores ao problema[5].

Naturalmente, deseja-se $q \leq 1$ muito próximo de 1.

Mais adiante, por conveniência, ficaremos minimamente satisfeitos desde que terminem a cadeira no 1º ano a fracção q, ou que terminem no (1º ou) 2º ano $qq = q^2$ alunos, e assim por diante.

Inequação do sucesso escolar total

Seja j_n a fracção de inscritos no início do ano, pela n-ésima vez, relativa ao 1º ano:

$$j_n = \frac{I_n}{I_1}.$$

Sujeitam-se a avaliação a fracção qj_n. Claramente, $j_1 = 1$.

Tomamo-nos em seguida de nova indulgência com este nosso modelo, de pouca gravidade e que todavia se deve mencionar.

[5]Note-se que escusamos de sobrecarregar o modelo com nova notação de $q =$(alunos inscritos pela n-ésima vez antes da última avaliação do ano)$/I_n$.

Pelas causas *internas* do insucesso escolar, também essas, abandonam todos os anos certas fracções de alunos ainda muito antes da avaliação ('antes' no sentido equivalente do 'imediatamente depois' do ano anterior). Temos de assumir que essas fracções são nulas, contra vontade, porque são bastante invisíveis e imponderáveis por nós. Mas incluem, de facto, razões do insucesso escolar interno que queremos determinar. Felizmente, queremos crer, será mesmo perto de 0 o número dos alunos que não passaram o ano e (imediatamente a seguir à avaliação) não se voltam a inscrever *nunca mais* por razões escolares internas. É um bónus que temos de dar ao insucesso; em boa parte, um ilícito aqui permitido a um professor ou escola indiferentes. O insucesso por causas endógenas, num ano, provoca parte do insucesso, não visível mas real, no ano seguinte.

Grave é que o abandono escolar 'para sempre' viesse, como vem, a ser útil ao sucesso escolar global.

As ditas fracções serão nulas também porque há alunos, como sabemos, que reentram no sistema depois de alguns anos de abandono. Aí não se encontra, regra geral, muito mérito do docente; só talvez do aluno e do sistema universitário.

Claro que os serviços académicos poderão conhecer os números rigorosamente, mas isso não é totalmente necessário neste estudo.

Agora, uma vez que se perdem alunos por causas *externas* antes da avaliação, serão inscritos avaliados num ano a fracção q dos que faltam passar do ano anterior.

Seja $s_n = S_n/I_1$ (a não confundir com S_n/I_n).

Dos $j_1 = 1$, serão avaliados q. Têm sucesso na avaliação a fracção $s_1 = (qj_1)2y = 2qy$

Note-se que aqui contrariamos o ideal $2y = \tilde{S}_1/I_1$.

Quanto aos alunos que não têm sucesso, iremos fazer a referida consessão ao insucesso interno e assumir que são inscritos de novo imediatamente no fim da avaliação esses alunos e só esses. Com isto tomamos como nulo o saldo entre abandonos eternos por causas internas e reentradas de inscritos vindos de parte incerta (como, por exemplo, alunos que tivessem feito uma pausa anual nas inscrições). Ou seja, são inscritos pela $(n+1)$-ésima vez à mesma cadeira os que reprovam na n-ésima vez do ano académico anterior.

Está portanto inscrita a fracção $j_2 = qj_1 - s_1 = q(1-2y)$.

Com o sucesso a aumentar pelas melhorias de saberes e experiência dos alunos, vem $s_2 = (qj_2)3y = q^2(1-2y)3y$. No 3º ano, ficam inscritos $j_3 = qj_2 - s_2 = qj_2(1-3y) = q^2(1-2y)(1-3y)$ e, sobre a avaliação, têm sucesso $s_3 = (qj_3)4y = q^3(4y)(1-2y)(1-3y)$.

A partir do 3º ano temos, pelas razões aduzidas, as sucessões

$$j_{n+1} = qj_n - s_n, \qquad s_{n+1} = (qj_{n+1})4y.$$

Proposição 1.

$$j_1 = 1, \quad s_1 = 2qy,$$
$$j_2 = q(1-2y), \quad s_2 = q^2(3y - 6y^2),$$
$$j_n = q^{n-1}(1-2y)(1-3y)(1-4y)^{n-3},$$
$$s_n = q^n 4y(1-2y)(1-3y)(1-4y)^{n-3}, \quad \forall n \geq 3.$$

Demonstração. Por indução em $n \geq 3$. ∎

Voltemos agora ao sucesso escolar.

Há muitas noções do sucesso escolar total do conjunto de alunos inicial. Para uma dada cadeira ou docente, o sucesso poderá coincidir precisamente com o número de alunos que se vão aprovando. É a visão de um docente indiferente e pedante. Para outros, o sucesso poderá ser o aproveitamento de uma parte 'razoável' dos alunos, cada ano, e todos aprovados com relativa rapidez e com conhecimentos aprofundados. Existem ainda várias outras ponderações qualitativas, mas abstemo-nos de qualificar mais o docente que, por exemplo, não consegue atribuir notas altas aos alunos — que os há, por alguma estranha ironia.

Já estabelecemos como satisfatório, neste trabalho, termos simplesmente os alunos todos aprovados no ano n a menos de perdas por razões externas, i.e., não imputáveis à universidade. No pior dos cenários, bastante incrível, o sucesso é obtido totalmente no ano n e em nenhum nos anos anteriores.

Reprova então a fracção q no 1º ano, q^2 no 2º ano, etc. e o aproveitamento de q^n ocorre no ano n.

Sublinhamos que este é um 'sucesso' escolar simples e mínimo.

Finalmente, para alcançar o sucesso escolar total nalgum número N de anos, ou seja, o aproveitamento escolar de q^N dos inscritos iniciais, teremos de ter (notando $t_N = s_1 + s_2 + ... + s_N$)

$$t_N \geq q^N.$$

Tal é a *inequação do sucesso escolar total* em N anos.

Caso "$\mathbf{2y = 0,5}$"

Se um docente ou cadeira tem uma TSI ideal dos inscritos no 1º ano de $2y = \tilde{S}_1/I_1 = 0,5$ (das mais altas, julgamos, enquadrável neste modelo em face da escala real), então $y = 1/4$ e logo $t_N = t_3$, qualquer que seja $N \geq 3$, porque $j_n = 0$ para todo o $n > 3$.

Então $t_N = t_3 = (1/2)q + (3/8)q^2 + (1/8)q^3$. E resulta $t_N \geq q^3 \geq q^N$ verdadeiro para qualquer $q \leq 1$.

Teorema 1. *Com 50% de sucesso ideal no 1º ano teremos sempre sucesso escolar total em 3 anos (independente de q).*

Demonstração. $j_4 = 0$ é a prova. Outra demonstração: como $q \leq 1$, temos $t_3 \geq (1/2 + 3/8 + 1/8)q^3 = q^3$. ∎

O leitor poderá provar por si que a fórmula $t_2 \geq q^2$ implica $q \leq 0,8$. Ou seja, vale o seguinte

Teorema 2. *Com 50% de sucesso ideal no 1º ano teremos sempre sucesso escolar total em 2 anos desde que o abandono escolar por causas externas seja superior a 20%.*

Como temos vindo a chamar atenção, o abandono escolar por factores externos é indutor do sucesso escolar, pois os alunos que 'desaparecem' não contam para avaliação.

Nos casos anteriores mostrou-se que, *mesmo* com uma baixa taxa de abandono, a aprovação de 50% dos alunos de '1ª vez' é um valor tolerável, i.e. que não compromete a escola. Não deixando de ser exigente e rigoroso, e susceptível de criar injustiça sobre os alunos em certas disciplinas, pode no entanto continuar a ser motivante e pedagogicamente equilibrado.

Vejamos dois exemplos para uma disciplina de 100 alunos:

i) Numa época de 'crise severa' em termos de perda de alunos: uma taxa de abandono de 30% ao ano. Então $q = 0,7$. Sucesso total é ter passados 70 alunos no 1º ano ou 49 no 2º! Com um sucesso respetivo de 50% e 75%, teremos aprovados 35 alunos no 1º ano, depois mais 18. Teoricamente não falta passar ninguém.

ii) Numa época 'sem crise', suponhamos, por exemplo, $q = 0,98$. Sucesso total: 98, 96, 94. Vão sucessivamente passando com sucesso de 50%, 75% e 100%: 49+36+12=97.

Caso "$\mathbf{2y = 0,2}$"

Vejamos agora o caso de um docente ou cadeira que se pauta por valores de sucesso ideal de 20% de inscritos no 1º ano. Temos então $y = 0,1$.

Um docente que não vê o caminho que leva o semestre, por exemplo, conferindo com a avaliação contínua, e termina com uma TSI de 20% de 1º ano, conta com a própria escola e com factores externos para resolver o problema do sucesso escolar. Como, no ano letivo a seguir o docente talvez não seja o responsável pela cadeira, este desresponsabiliza-se do problema. Também a fama que antecede a cadeira lhe permite reproduzir o *status quo* que a mesma gera.

Finalmente, se uma escola deseja o sucesso dos alunos inscritos num ano 'tal' inicial em 3 anos ou menos (que será o mínimo que não prejudica a sua imagem, para não falar dos alunos, sociedade, região, economia, demografia, etc), então deve reconhecer o seguinte resultado.

Teorema 3. *Com TSI ideal de 1º ano de 20% o sucesso escolar total é atingido em:*

- *6 anos se houver abandono escolar por causas externas ≥2,3% ao ano.*
- *5 anos se houver abandono escolar por causas externas ≥5,2% ao ano.*
- *4 anos se houver abandono escolar por causas externas ≥12,4% ao ano.*
- *3 anos se houver abandono escolar por causas externas ≥31,4% ao ano.*

Demonstração. Uma vez que $y = 0,1$, vem $1 - 2y = 0,8$, $3y(1 - 2y) = 0,24$, $1 - 4y = 0,6$, $P = (1 - 2y)(1 - 3y) = 0,56$ e então

$$j_1 = 1, \quad s_1 = 0,2q, \qquad j_2 = 0,8q, \quad s_2 = 0,24q^2,$$

$$j_n = 0,56(0,6)^{n-3}q^{n-1}, \quad s_n = 0,224(0,6)^{n-3}q^n, \quad \forall n \geq 3.$$

A inequação do sucesso escolar total vem a ser

$$0,2q + 0,24q^2 + 0,224q^3 + 0,224(0,6)q^4 + \cdots + 0,224(0,6)^{N-3}q^N \geq q^N.$$

Multiplicando por $100/q$, temos de modo equivalente

$$(100 - 22,4(0,6)^{N-3})q^{N-1} - \cdots - 13,44q^3 - 22,4q^2 - 24q - 20 \leq 0.$$

No caso $N = 3$, obtemos a parábola $77,6q^2 - 24q - 20 \leq 0$, com raíz positiva em $q \approx 0,6853$. O sucesso escolar acontece portanto em 3 anos para a taxa de abandono escolar maior ou igual a $1 - q \approx 31,4\%$. No caso $N = 4$, vem

$$86,56q^3 - 22,4q^2 - 24q - 20 \leq 0.$$

Colocando este polinómio num computador (cf. fig. 1 em anexo) vemos que tem uma raíz real $q \approx 0,876 \in [0,1]$. Da mesma forma, no caso $N = 5$ vem (fig. 2)

$$91,936q^4 - 13,44q^3 - 22,4q^2 - 24q - 20 \leq 0$$

com raíz $q \approx 0,948$ única entre 0 e 1. Finalmente, para $N = 6$, encontramos a raíz real única $q \approx 0,977$ (fig. 3). ∎

O abandono escolar de 2,3% dos alunos iniciais, por ano, é aproximadamente igual a 13,0% em 6 anos, enquanto os 5,2%/ano são 23% nos 5 anos, 12,4%/ano são 41,1% em 4 anos e 31,4%/ano são 67,8% em 3 anos. Felizmente a realidade que é ter alunos aprovados em cada ano, mesmo se muito poucos, atenúa sempre este drama (como se prova facilmente).

Deduzindo x de y

Retomamos o estudo da taxa de sucesso inscritos deduzida num único ano, $x = \mathrm{TSI} = (\sum_{i=1}^{N} S_i)/(\sum_{i=1}^{N} I_i)$.

Considerando que estudamos uma dada época e como tal admitimos ser cada um dos anos praticamente igual a qualquer um dos outros, vem

$$\begin{aligned} x &= \frac{s_1 + s_2 + s_3 + \cdots + s_N}{j_1 + j_2 + j_3 + \cdots + j_N} \\ &= \frac{q2y + q^2 3y(1-2y) + q^3 4y(1-5y+6y^2) +}{1 + q(1-2y) + q^2(1-5y+6y^2) +} \\ &\qquad \frac{+q^4 4y(1-9y+26y^2-24y^3) + \cdots}{+q^3(1-9y+26y^2-24y^3) + \cdots} \\ &\qquad\qquad \frac{\cdots + q^N 4y(1-2y)(1-3y)(1-4y)^{N-3}}{\cdots + q^{N-1}(1-2y)(1-3y)(1-4y)^{N-3}}. \end{aligned}$$

N é o maior ano de repetição de algum aluno. Devemos ter N menor que a duração da época.

q é um valor que os serviços académicos, de estatísticas escolares e estatísticas nacionais e de inquérito junto dos alunos, poderão determinar, possivelmente único para todos os cursos e disciplinas.

Não se reconhecendo estudar uma época... Poderá ser razoável tomar para x a média aritmética das TSI dos anos da estimada época em análise.

Voltando a admitir a justeza do modelo acima, podemos concluir que a relação $2y$ de uma TSI ideal de alunos de 1ª vez na disciplina é bem uma medida que o docente responsável tem ao dispôr para aumentar a TSI global e real x. Com efeito, não só estão entre esses alunos os mais assíduos às aulas e à avaliação contínua, como talvez sejam os mais resistentes a factores externos de abandono escolar. Ou seja, possivelmente a realidade está mais perto de $2y = s_1$.

Por outro lado, temos de reconhecer que nas mãos do docente está apenas a possibilidade de aumentar a TSA, a conhecida Taxa de Sucesso de Avaliados[6]. Mas é evidente que o sucesso de muitos é um estímulo à participação e integração dos restantes, mais desanimados. Doutra forma, sem esperança, é uma questão de poucos anos a passagem de um inscrito nunca avaliado à situação de não inscrito. Aumentar a TSA é aumentar a TSI também de forma indireta.

Para diminuir o insucesso escolar, um docente não pode nunca discriminar os alunos repetentes privilegiando-os. A solução será global, justamente de uma forma talvez única: adequando as facilidades e as dificuldades do ensino à realidade e não sobrevoando-a e desresponsabilizando-se... que é o que vemos fazer quem pensa exclusivamente no pentágono programa-lição-exercício-estudo-exame, ou seja, colocando-se a si mesmo de fora do problema.

Uma vez que $2y$ é o mais importante *instrumento* de que poderemos dispor para melhorar x (sendo x apenas o que se conhece de facto), só falta mostrar o seguinte resultado que nos assegura o óbvio. Sem novidade, o sucesso aumenta com $2y$ e o resto pouco importa.

Teorema 4. *Para $N \leq 5$, a parte linear da TSI varia com $2y$ aproximadamente pelo menos na razão*

$$x \approx 2K_N y$$

onde $K_1 = q,\ K_2 = \frac{5}{4}q^2,\ K_3 = \frac{3}{2}q^3,\ K_4 = \frac{13}{8}q^4,\ K_5 = \frac{17}{10}q^5.$

Demonstração. Procuramos a aproximação de Taylor de 1ª ordem em y de $x(y)$ no ponto $y = 0$, fixados $q \leq 1$ e N. Definindo polinómios P, Q pela expressão de x acima encontrada e de forma óbvia tal que $x = P/Q$, temos $P(0) = 0$. E logo, por exemplo, para $N = 5$, resulta

$$x'(0) = \frac{P'(0)}{Q(0)} = \frac{2q + 3q^2 + 4q^3 + 4q^4 + 4q^5}{1 + q + q^2 + q^3 + q^4} \geq \frac{17}{5}q^5.$$

De modo que $K_5 = 1,7$. ■

[6]Também apresentada nos SII.

O resultado anterior também se mostra empiricamente por meio de um computador, cf. fig. 4.

Mais uma vez percebemos pelo resultado acima que os alunos melhoram o sucesso em conjunto com o passar dos anos — quando não correm o risco de abandono da universidade.

Na observação prática de quatro casos com disciplinas com muitos alunos, AA, AB, BA e BB de dois cursos A e B, cada uma com dados de 6 anos atravessando o período de 2009/2015, constata-se que não é tal período conforme com a ideia de época tal como a definimos. Sabemos que houve uma situação económica e social criadora de destabilização (uma crise, a qual como vimos acima não é sempre negativa do lado dos resultados do sucesso escolar dos inscritos pelo simples facto do abandono). Observa-se que os anos e as situações regularizam bastante numa cadeira de 2º semestre do curso, comparado com o 1º semestre. A média e o desvio padrão das TSI foram respetivamente

		Média de TSIs (x)	Desvio padrão
curso A	unidade curricular A	0,13754	0,02775
curso A	unidade curricular B	0,15164	0,10078
curso B	unidade curricular A	0,20519	0,06943
curso B	unidade curricular B	0,25096	0,08888

Notamos que há em todas as áreas de estudo[7] cursos onde 'acontece' reprovarem muitos alunos. Parece-nos que é geral a falta de compreensão das consequências de haver muito insucesso. Este estudo ainda pouco ilumina. Fazemos votos que os responsáveis nele vejam o que acharem por bem.

[7] Em todas as escolas da UÉ.

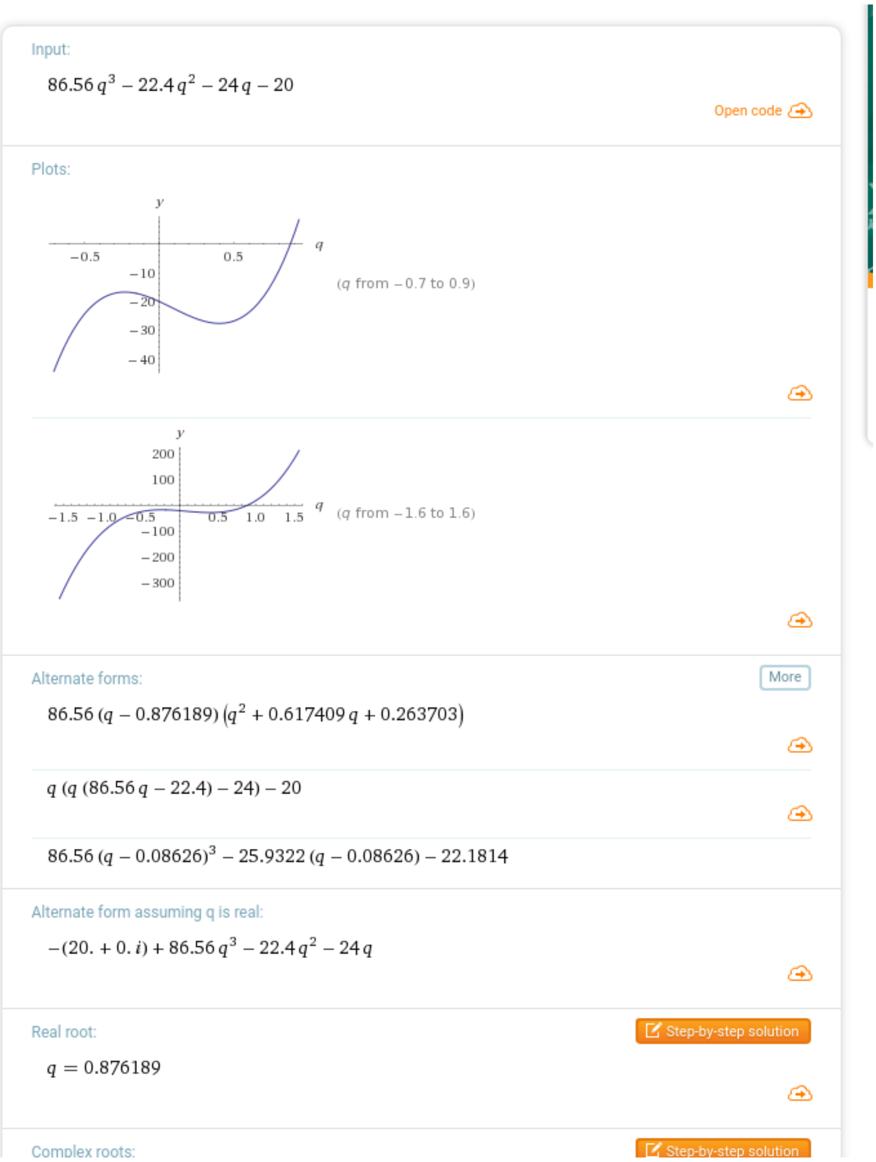

Figura 1: $2y = 0,2, \quad N = 4$

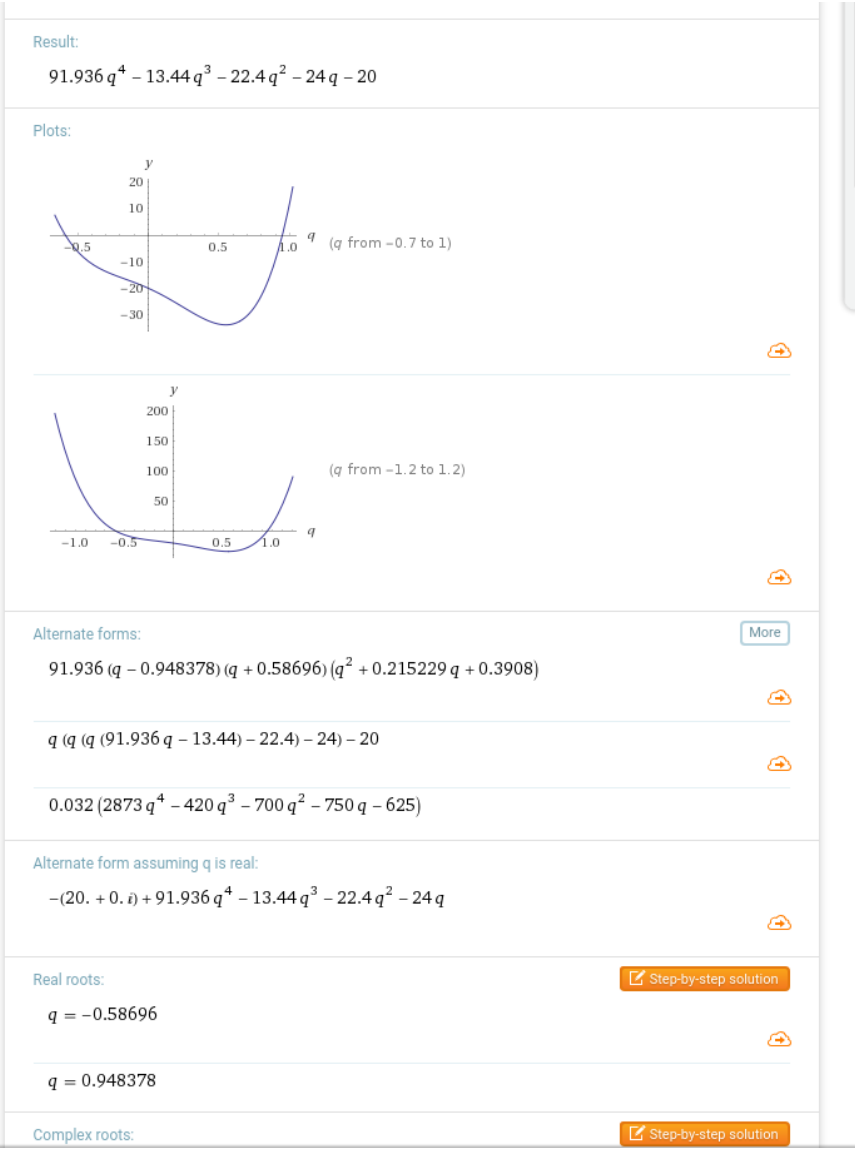

Figura 2: $2y = 0,2, \quad N = 5$

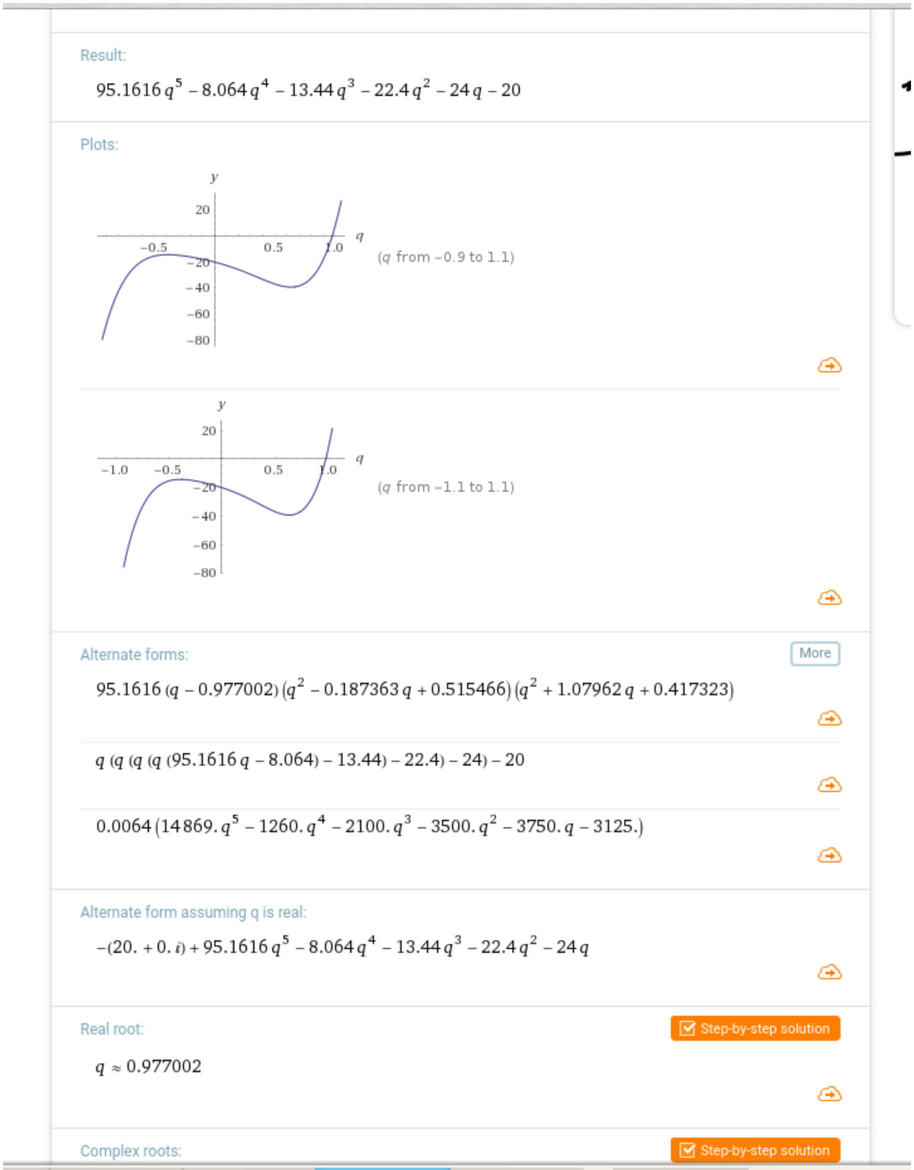

Figura 3: $2y = 0,2, \quad N = 6$

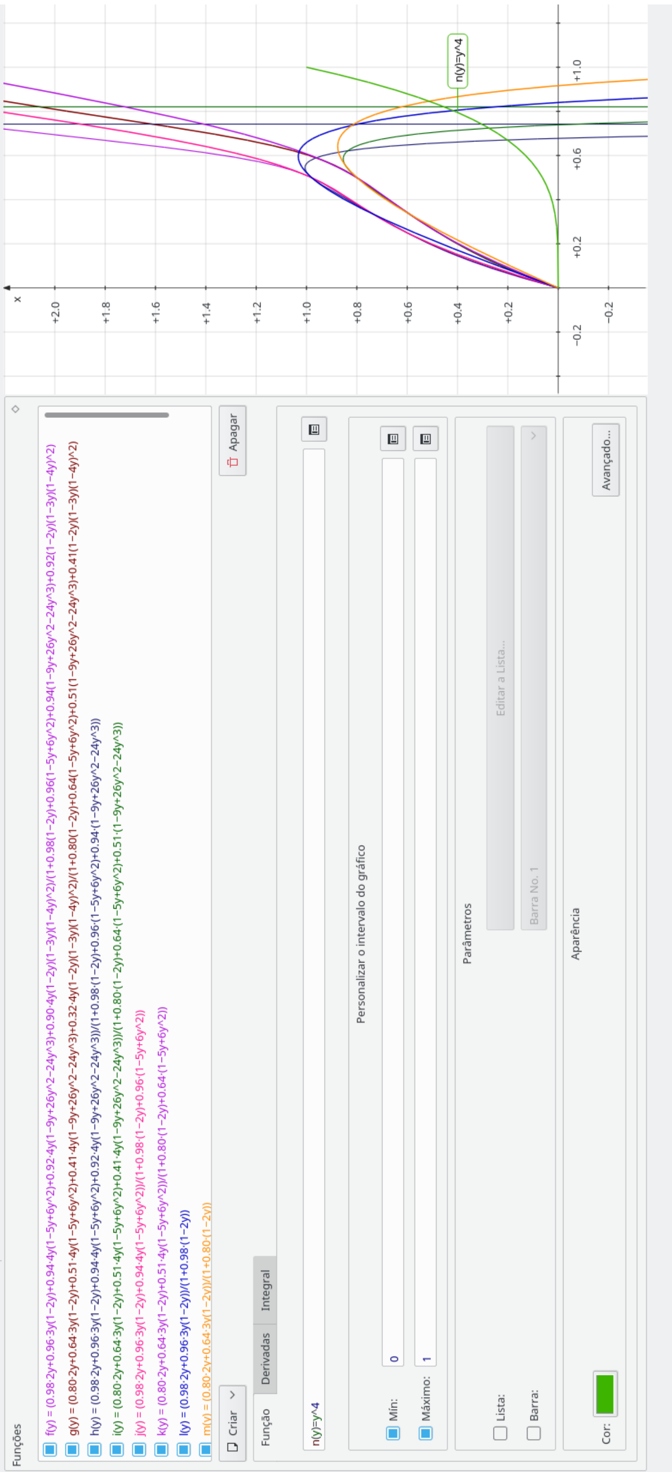

Figura 4: Aproximação a função linear para $y \leq 0,4$, com $q = 0,8$ e $q = 0,98$ e $N = 2,3,4,5$. Recurso a *KmPlot* software livre